

Die Landnutzung in einem 3-Sektoren Stadtmodell

Dissertation

der Rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Zürich

zur Erlangung der Würde eines Doktors
der Wirtschaftswissenschaft

vorgelegt von
HANS-PETER NÄGELI
von Hasliberg BE

genehmigt auf Antrag von
Frau Prof. Dr. H. Schelbert-Syfrig und Herrn Dr. St. Bieri

1982

Zürich 1981
Zentralstelle der Studentenschaft

Die Landnutzung in einem 3-Sektoren Stadtmodell

Dissertation

der Rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Zürich

zur Erlangung der Würde eines Doktors
der Wirtschaftswissenschaft

vorgelegt von
HANS-PETER NÄGELI
von Hasliberg BE

genehmigt auf Antrag von
Frau Prof. Dr. H. Schelbert-Syfrig und Herrn Dr. St. Bieri

Zürich 1981
Zentralstelle der Studentenschaft

Die Rechts- und staatswissenschaftliche Fakultät gestattet hierdurch die Drucklegung vorliegender Dissertation, ohne damit zu den darin ausgesprochenen Anschauungen Stellung zu nehmen.

Zürich, den 13. Februar 1980

Der Dekan: Prof. Dr. J. Rehber



VORWORT

Die vorliegende Arbeit ist aus dem Bedürfnis des Verfassers heraus entstanden, die Raumwirksamkeit von einigen in der Oekonomie bedeutsamen Aktivitäten für einmal in den Vordergrund zu stellen. Das Interesse an dieser Fragestellung wurde durch eine Studie geweckt, die der Verfasser auf Anregung von Dr. St. Bieri, Beauftragter für Finanz- und Wirtschaftsfragen des Kantons Aargau, hin erarbeitete. Es ging dort darum, Zielvorstellungen für eine kantonale Wirtschaftspolitik im Hinblick auf ihre regionalen Implikationen zu formulieren. Weil in diesem Zusammenhang das Phänomen der räumlichen Ballung von wirtschaftlichen Aktivitäten eine ganz besondere Stellung einnimmt, war es für den Autor naheliegend, diesem Aspekt auf theoretischer Ebene nachzugehen.

Ich danke Herrn Dr. St. Bieri ganz besonders dafür, dass er sich immer wieder darum bemühte, einen Rahmen für Diskussionen mit Fachkollegen zu schaffen und damit wesentliches zum Entstehen der Arbeit beitrug. Ich danke ihm aber ebenso dafür, dass er auch dann noch zu Gesprächen und Anregungen Zeit fand, als die Arbeit mehr als ihm lieb war in die Theorie abgeglitten war, und dass er dann auch bereitwillig das Korreferat übernommen hat.

Ebenfalls danke ich Frau Prof. H. Schelbert, unter deren Leitung diese Arbeit am Institut für Empirische Wirtschaftsforschung der Universität Zürich entstanden ist. Sie hat zusammen mit Herrn Prof. H. Garbers, dem ich an dieser Stelle auch herzlich danken möchte, die zum Gelingen dieser Arbeit notwendigen Voraussetzungen geschaffen.

Zu besonderem Dank bin ich auch Herrn Dr. E. Kofler verpflichtet. Er hat sich grosszügig bereit erklärt, die mathematischen Herleitungen und Aussagen auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Für die ausserordentlich saubere Reinschrift meines Manuskripts möchte ich auch Frau H. Gysin danken.

Und schliesslich danke ich auch jenen Angehörigen und Freunden,
die mit Verständnis und Nachsicht dafür sorgten, dass die Krisen
in der Entstehung der Arbeit immer wieder überwunden werden
konnten.

Zürich, November 1981

H.P. Nägeli

I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

T E I L I

1. EINLEITUNG	1
2. ANSAETZE ZU EINER THEORIE DER LANDNUTZUNG	3
2.1 Die Vorläufer	3
2.2 Die mikroökonomische Fundierung individueller Standortentscheidungen	5
2.2.1 Die Modellannahmen	5
2.2.1.1 Das Stadtbild	5
2.2.1.2 Haushalte	6
2.2.1.3 Die Bodenpreisfunktion	7
2.2.2 Das Haushaltgleichgewicht	8
2.2.2.1 Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen	8
2.2.2.2 Interpretation der Gleichgewichtsbedingungen	10
2.2.3 Das 'bid price' - Konzept	11
2.2.3.1 Problemstellung	11
2.2.3.2 Die Herleitung der 'bid price'-Kurve eines Haushalts	12
3. STADTMODELLE	16
3.1 Problemstellung	16
3.2 Zur Klassifizierung der Stadtmodelle	19
3.2.1 Die 'new urban economics' (NUE)	19
3.2.1.1 Die erste Generation der NUE	19
3.2.1.2 Die zweite Generation der NUE	21
3.3 Ein 3 - Sektoren Stadtmodell	22
3.3.1 Uebersicht	22
3.3.2 Transportkosten und Skalenerträge	24
3.3.3 Zum Modellaufbau	27
4. 'HOUSING' - PRODUKTION	29
4.1 Einleitung	29
4.1.1 Begriffsinhalt	31
4.1.2 'Housing'-Bestand und langfristiges Gleichgewicht	32
4.1.3 Die Voraussetzungen	34
4.2 Die Produktion von 'housing'-Einheiten und die Bodenpreisfunktion im räumlichen Gleichgewicht	36

II

4.2.1 Allgemeiner Fall	36
4.2.2 Die 'housing'-Produktion dargestellt an zwei speziellen Funktionstypen	41
4.2.2.1 Zur Wahl des Funktionstypen	41
4.2.2.1.1 Theoretische Erwägungen	41
4.2.2.1.2 Empirische Arbeiten zur Frage der Produktionsfunktion	42
4.2.2.1.3 Schlussfolgerungen	48
4.2.2.2 Die 'housing'-Produktion dargestellt am Beispiel einer CES-Funktion	48
4.2.2.3 Die 'housing'-Produktion dargestellt am Beispiel einer Cobb-Douglas Funktion	51
4.2.2.4 Eine Gegenüberstellung der zwei Funktionstypen	53
 5. DER PRODUKTIONSSEKTOR	 55
5.1 Einzelwirtschaftliches Gleichgewicht im städtischen Produktionsgebiet	55
5.1.1 Die Voraussetzungen der Konsumgüterproduktion	55
5.1.2 Bestimmung der allgemeinen Gleichgewichtslösung	56
5.1.3 Zur Behandlung der Externalitäten in der Produktion	59
5.1.4 Die 'bid price'-Funktion der Konsumgutproduzenten für den Fall einer Cobb-Douglas Produktions- funktion	61
5.2 Die Landnutzung der Güterproduktion	65
5.2.1 Zur Beschreibung des Gleichgewichts auf dem Markt für 'housing' und dessen Implikationen	65
5.2.2 Die Bodenpreisfunktion im Produktionssektor	67
5.2.2.1 Allgemeine Formulierung	67
5.2.2.2 Berücksichtigung der speziellen Produktions- funktionen	68
5.2.3 Die Faktorsubstitution in der zweistufigen Produktion	70
 6. DER HAUSHALTSEKTOR	 72
6.1 Einzelwirtschaftliche Darstellung des städtischen Haushaltgleichgewichts	72
6.1.1 Problemstellung	72
6.1.2 Die 'bid price'-Kurve der Haushalte	74
6.1.3 Die Standortabhängigkeit der Gütersubstitution	78
6.2 Haushaltgleichgewicht und Landnutzung	80
6.2.1 Die Bodenpreisfunktion im Haushaltgleichgewicht	80

III

6.2.1.1 Allgemeine Herleitung	80
6.2.1.2 Berücksichtigung der speziellen Produktions- und Nutzenfunktionen	81
6.2.2 Haushaltgleichgewicht und Landnachfrage	82
6.3 Zusammenfassung Teil I und Ausblick	88

TEIL II

7. EIN AGGREGIERTES MODELL ZUR BESCHREIBUNG DER STAEDTISCHEN LANDNUTZUNG DURCH DIE PRODUKTION	91
7.1 Problemskizze	91
7.2 Modellübersicht	92
7.2.1 Formale Darstellung des Gesamtmodells	92
7.2.2 Die Wahl der Modell-Exogenen	97
7.2.2.1 Die exogenen Variablen im Partialmodell 'Produktion'	97
7.2.2.2 Die exogenen Variablen im Partialmodell 'Wohnen'	98
7.2.2.3 Die exogenen Variablen im Gesamtmodell	99
7.3 Die Segregation von 'Wohnen' und Produktion - die Verdrängungshypothese	100
7.4 Die städtische Gesamtproduktion	103
7.4.1 Problemstellung	103
7.4.2 Das Faktoreinsatzverhältnis der aggregierten Konsumgüterproduktion	104
7.4.3 Die Faktoreinsatzrelation und deren Abhängigkeit von Aenderungen ihrer erklärenden Variablen	106
7.4.4 Städtische Gesamtproduktion und Haushalteinkommen	112
7.4.4.1 Definition des Haushalteinkommens	112
7.4.4.2 Die formale Herleitung des Einkommens	112
7.4.4.3 Die Bestimmungsgrößen des Haushalteinkommens	115
7.4.4.3.1 Der Bodenpreis an der Stadtgrenze ($\bar{x}$)	116
7.4.4.3.2 Lohnsatz	121
7.4.4.3.3 Konsumgüterpreis	122
7.4.4.3.4 Transportkosten	122
7.4.4.3.5 Bevölkerung	123
7.4.4.4 Zusammenfassung	124
8. AGGREGIERTER HAUSHALTSEKTOR	126
8.1 Problemstellung	126

IV

8.2 Die städtische Wohnbevölkerung	126
8.2.1 Annahmen	126
8.2.2 Die Bestimmung der Wohnbevölkerung	127
8.3 Die Veränderung der Stadtgrösse - komparativ-statische Ergebnisse	130
8.3.1 Bevölkerungsdichte und Stadtgrösse	130
8.3.2 Die Abhängigkeit der Stadtgrösse von ausgesuchten Bestimmungsfaktoren	131
8.3.2.1 Nutzenniveau	131
8.3.2.2 Bodenpreis	132
8.3.2.3 Transportkosten und Haushalteinkommen	133
8.3.2.4 Konsumgüterpreis	134
8.3.2.5 Stadtgrösse	134
8.3.2.6 Tabellarische Zusammenfassung der Resultate	135
9. EIGENSCHAFTEN DES GESAMTMODELLS	137
9.1 Einleitung	137
9.2 Komparativ-statische Eigenschaften	139
9.2.1 Bodenpreis	139
9.2.2 Transportkosten	141
9.2.3 Güterpreis	142
9.2.4 Beurteilung der Ergebnisse	143
9.3 Das städtische Gesamtmodell und migrations- theoretische Erwägungen	145
9.3.1 Einleitung	145
9.3.2 Einige Implikationen der Migrationstheorie	145
9.3.3 Vergleich der Ergebnisse des Stadtmodells und der Migrationstheorie	147
9.4 Zonierung - Eine Möglichkeit zur Einflussnahme auf die Landnutzung	148
9.4.1 Die Ausgestaltung der Zonierungsvorschriften	148
9.4.2 Zonierung in der geschlossenen Stadt	149
9.4.3 Zonierung in der offenen Stadt	151
Anhang 1: Herleitungen zu Kapitel 4	153
Anhang 2: Herleitungen der Gleichgewichtsbedingungen im Haushaltsektor	155
Anhang 3: Herleitungen zum aggregierten Produktions- sektor	158

Anhang 4: Liste der Variablen	159
Anhang 5: Zu den Ergebnissen einer Untersuchung über die Grundstückpreise in der Stadt Zürich	160
Literaturverzeichnis	162

1 Einleitung

In der vorliegenden Arbeit wird ein ökonomisch-theoretisches Modell einer städtischen Agglomeration entworfen¹⁾. Die städtischen Agglomerationen stellen ein Phänomen dar, das im Siedlungssystem der entwickelten Volkswirtschaften in den letzten Jahrzehnten ständig an Bedeutung gewonnen hat²⁾. So hat sich in der Schweiz beispielsweise die Zahl der Gemeinden die den Agglomerationen zuzurechnen sind seit 1950 sehr stark erhöht³⁾, wobei die Zunahme der Agglomerationsbevölkerung am stärksten war in den Randgemeinden, etwas geringer in den übrigen Vorortsgemeinden und am schwächsten in der Kerngemeinde. In 7 der 31 Agglomerationskerne (Stand 1970) war in der Periode zwischen 1960 und 1970 gar eine Abnahme der Wohnbevölkerung zu verzeichnen⁴⁾.

-
- 1) Als Agglomerationen gelten städtische Gebiete, die aus eigentlichen Kerngemeinden und ihren Vororten bestehen. Die Kerngemeinden müssen dabei eine Mindestgrösse aufweisen, es soll zwischen ihnen und den Vororten ein baulicher Zusammenhang bestehen und mindestens ein Drittel der Berufstätigen in den Vororten muss in der Kerngemeinde beschäftigt sein. Hierzu vgl.: Städte und Agglomerationen 1970, in: Die Volkswirtschaft, 1972, S. 211ff.
 - 2) In der Schweiz lebte im Jahre 1979 über die Hälfte der Bevölkerung (51%), d.h. über 3,2 Mio. Menschen in Agglomerationen, während derselbe Anteil im Jahre 1950 noch 42% betrug, was einer Zahl von ca. 1,9 Mio. entspricht. Davon lebte im Jahre 1979 über die Hälfte in den fünf Grossstadtagglomerationen Bern, Basel, Genf, Lausanne und Zürich.
 - 3) Die Agglomeration Zürich wurde im Jahre 1950 gebildet und umfasste zu diesem Zeitpunkt 14 Vorortsgemeinden. Aufgrund der Ergebnisse der Volkszählungen von 1960 und 1970 kamen 25 resp. 11 weitere Agglomerationsgemeinden hinzu, so dass im Jahre 1970 die Kernstadt und 50 Vorortsgemeinden eine Bevölkerung von insgesamt ca. 720 000 Personen aufwiesen (vgl. E. Schwaar, 1975).
 - 4) In Prozenten: Aarau (-1.0), Baden (-3.0), Bern (-.5), Genf (-1.5), Rorschach (-6.2), Solothurn (-3.7), Zürich (-4.0). Quelle: vgl. Fussnote 1, Tab. 8, Seite 220.

Diese Arbeit will sich auf einen speziellen Aspekt dieses Phänomens beschränken, nämlich auf die räumliche Dimension der Stadt¹⁾ und den sich durch die Knappheit des städtischen Bodens ergebenden Konsequenzen für das Einkommen und die Bevölkerungszahl der Stadt.

Wenn man die Klassifikation von Fürst²⁾ übernehmen will, so ist die Arbeit dem mikroökonomischen Ansatz der Stadtökonomie zuzuordnen. Dieser ist dadurch charakterisiert, dass die räumliche städtische Struktur als die Gleichgewichtslösung eines Marktmodells beschrieben wird, welches auf Profit- und Nutzenmaximierungsannahmen für das Verhalten der Wirtschaftssubjekte beruht. Die räumliche Struktur ist aufzufassen als die Allokation des knappen Gutes 'Boden' auf seine Verwendungszwecke und die Verstädterung ist als Konzentrationsprozess der wirtschaftlichen Aktivitäten 'Produktion' und 'Wohnen' im räumlichen Sinne zu verstehen. Diese Landnutzungsmodelle sind im allgemeinen statischer Natur und die Störungen der Gleichgewichtslösungen werden komparativ-statisch analysiert.

In Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit werden die Grundlagen der Theorie der Landnutzung in einer monozentrischen Stadt vorgestellt. Das Kapitel 3 gibt einen kurzen Ueberblick über die Fragestellungen der in der neueren Literatur unter dem Begriff 'new urban economics' behandelten Stadtmodelle und über den Rahmen des hier vorgestellten Modells. Gegenstand der Kapitel 4 bis 6 ist die einzelwirtschaftliche Darstellung der drei im Modell auftretenden Wirtschaftssektoren 'Konsumgüterproduktion', 'Wohnungsproduktion' und 'Haushalte'.

1) Die Begriffe "Stadt" und "Agglomeration" werden im folgenden als Synonyme verwendet.

2) Vgl. D. Fürst (1977), S. 3f.

Die zwei Sektoren 'Konsumgüterproduktion' und 'Wohnungsproduktion' einerseits und die 'Haushalte' und 'Wohnungsproduktion' andererseits werden zu je einem Partialmodell der Stadtökonomie zusammengefasst und zur Herleitung von Bedingungen verwendet, die im räumlichen Sinne Gleichgewicht der einzelnen Sektoren ermöglichen. Diese zwei Partialmodelle werden vorerst als voneinander unabhängig aufgefasst, eine Annahme die erst in einem späteren Abschnitt aufgegeben wird.

In den Kapiteln 7 und 8 werden unter Berücksichtigung der partial-analytischen Ergebnisse auf der einzelwirtschaftlichen Ebene die aggregierten Partialmodelle formuliert und deren komparativ-statischen Eigenschaften diskutiert, wobei auch hier die Interdependenz der zwei Partialmodelle noch unberücksichtigt bleibt.

In Kapitel 9 fällt diese Einschränkung weg, so dass dann von einem interdependenten Gesamtmodell zu sprechen ist. Im Rahmen dieses Gesamtmodells werden ebenfalls komparativ-statische Ueberlegungen angestellt und die Ergebnisse auf ihre Plausibilität im Hinblick auf migrationstheoretische Modellerwartungen überprüft.

2 Ansätze zu einer Theorie der Landnutzung

2.1 Die Vorläufer

Der Ursprung einer Theorie der Landnutzung ist bei den Renten-theoretikern des 19. Jahrhunderts zu suchen oder genauer bei David Ricardo und Johann Heinrich von Thünen.

Ricardo hat die unterschiedliche Produktivität des Bodens in seiner landwirtschaftlichen Verwendung und den Wettbewerb unter den Bauern (als Pächter des Bodens) für die den Grundbesitzern

zufließende Grundrente verantwortlich gemacht¹⁾. Thünen hat anstelle der unterschiedlichen Beschaffenheit des Bodens dessen Standort in bezug auf einen Marktplatz in den Vordergrund gestellt. In seinem Ansatz sorgt der Wettbewerb unter den Produzenten eines Gutes dafür, dass die Transportkosteneinsparungen aufgrund der relativ günstigeren Lage zum Absatzmarkt als Rente an die Grundbesitzer abgeführt wird²⁾. Auf diese Weise begründet von Thünen die Abhängigkeit der Grundrente von der Zentralität eines Standorts in bezug auf einen bestimmten Absatzmarkt. Dieselbe Ueberlegung steht auch hinter seinem Modell, das zu der bekannten 'Stadt konzentrischer Kreise' führte. Treten verschiedene Verwendungsarten auf, so sorgt der Wettbewerb unter ihnen dafür, dass die Allokation des Bodens aufgrund der Produktivität je Landeinheit der verschiedenen Verwendungsarten erfolgt. Damit sind diejenigen Wirtschaftssektoren mit der höchsten Ertragskraft je Landeinheit dem Zentrum am nächsten angesiedelt und führen die höchste Rente an die Grundbesitzer ab. Die Rententheorie von Thünen stellt sich somit gleichzeitig auch als eine Theorie der Landnutzung heraus, die keineswegs nur auf die landwirtschaftliche Verwendung beschränkt zu sein braucht, sondern ohne weiteres auch auf eine urbane Landnutzung übertragbar ist. Von Thünen hat damit die Grundlage für die moderne Theorie der Landnutzung, der sogenannten 'urban economics' geliefert. Es

-
- 1) Die Anbaufläche muss solange ausgedehnt werden bis die Nachfrage nach landwirtschaftlichen Gütern gedeckt werden kann. Dabei muss auf immer weniger fruchtbare Böden zurückgegriffen werden. Der zuletzt eingesetzte Boden ist für den Güterverkaufspreis ausschlaggebend, so dass die fruchtbareren Anbauflächen eine Grundrente an die Besitzer abwerfen.
 - 2) Die Produktionskosten zusammen mit den Transportkosten des Grenzanbieters (=Produzent an der äusseren Bebauungsgrenze) bestimmen den Güterpreis auf dem zentralen Markt.

war Alonso¹⁾, der zu Beginn der 1960-er Jahre einen entscheidenden Schritt vorwärts tat und sich im Rahmen von partiellen Gleichgewichtsmodellen mit den Standortentscheidungen von Haushalten und Firmen beschäftigte. Das von ihm präsentierte Konzept der 'bid price/rent' - Kurven soll noch ausführlicher behandelt werden.

2.2 Die mikroökonomische Fundierung individueller Standortentscheidungen

2.2.1 Die Modellannahmen

In diesem Abschnitt wird das von Alonso eingeführte 'bid price' - Konzept²⁾ dargestellt. Zu diesem Zweck soll die Situation eines Haushalts betrachtet werden, der innerhalb eines Stadtmodells seinen Wohnstandort zu wählen hat.

Da es sich bei diesem Konzept um ein grundlegendes Element der vorliegenden Arbeit handelt, wird den folgenden Ausführungen relativ viel Platz eingeräumt.

2.2.1.1 Das Stadtbild

Der verwendete Stadtbegriff ist stark vereinfachend und umfasst einen Punktmarkt und das ihn umgebende, vollkommen homogene (bebaute) Land. Der Punktmarkt ist Ort der Beschäftigung der erwerbstätigen Stadtbevölkerung. Damit ist diese gezwungen, zwischen ihrem Arbeitsplatz und ihrem Wohnort zu pendeln. Definitionsgemäss kann innerhalb des Zentrums nicht räumlich differenziert werden³⁾. Die Umgebung ist zu verstehen als flaches

1) Alonso (1964).

2) Alonso (1964), S. 59ff.

3) Man spricht in diesem Fall von der monozentrischen Stadt.

Land ohne jedes Hindernis für den Transport der Bevölkerung und ohne irgendwelche Qualitätsmerkmale, die ein Stück Land gegenüber einem andern als wertvoller erscheinen lassen würden. Ueberall steht derselbe Anteil Land für Wohnzwecke zur Verfügung und es sollen keine Externalitäten existieren. Damit ist beispielsweise gemeint, dass eine Parzelle Land nicht durch die Art der Nutzung einer benachbarten Parzelle in ihrem Wert verändert und die entstandene Wertveränderung nicht abgegolten wird¹⁾. Diese Annahme bedeutet besonders in der urbanen Landnutzung eine starke Abstraktion von den wirklichen Verhältnissen, sie vereinfacht allerdings die Analyse der Standortentscheidungen auf theoretischer Ebene ausserordentlich.

2.2.1.2 Haushalte

Für den Moment soll die Gleichgewichtssituation eines individuellen Wirtschaftssubjekts innerhalb der Stadtlandschaft betrachtet werden. Dieses Wirtschaftssubjekt ist nicht ein einzelnes Individuum, sondern wird durch einen Haushalt verkörpert. Dieser umfasst eine bestimmte Anzahl Personen und hat eine feste Präferenzstruktur die durch eine einfache Nutzenfunktion angegeben werden kann. Wie die Präferenzen innerhalb des Haushalts abgestimmt werden interessiert hier nicht.

Ein Mitglied des Haushalts arbeitet in Zentrum der Stadt und wird dafür mit dem Haushalteinkommen (w) entlohnt. Es wird verlangt, dass die im Zentrum Beschäftigten auch in der Stadt wohnen und somit dort als Wohnraum-Nachfrager auftreten.

1) Als Stichwort sei etwa erwähnt die Erscheinung der sozialen Segregation, d.h. die Gruppenbildung nach sozialen Merkmalen und den damit verbundenen negativen Externalitäten für benachbarte Haushalte anderer sozialer Gruppen.

Vorderhand sei unterstellt, dass dieser Wohnraum nur Land (1) umfasst. Der Haushalt kennt den Bodenpreis in jeder Entfernung vom Zentrum und es sei weiter angenommen, dass sich dieser Wohnraum (=Boden) für den Haushalt nur hinsichtlich seiner Lage gegenüber dem Zentrum unterscheiden lässt¹⁾. Allerdings weiss er, dass mit jeder Standortwahl auch Transportkosten anfallen. Neben den Ausgaben für Wohnraum und den damit verbundenen Transportkosten verwendet er sein restliches Einkommen für den Konsum eines Gutes (z), das alle seine übrigen Bedürfnisse befriedigt.

Bis auf den Umstand, dass mit der Wahl des Wohnraumes auch noch zusätzlich Transportkosten anfallen, stellt sich hier das Problem der klassischen Konsumtheorie. Die in diesem Zusammenhang übliche Annahme der Nutzenmaximierung unter einer Einkommensrestriktion zur Bestimmung des Haushaltgleichgewichts ist deshalb naheliegend.

2.2.1.3 Die Bodenpreisfunktion

Für den einzelnen Haushalt sei der Preis für das Land (=Wohnraum) eine feste, bekannte Grösse die u.a. abhängig ist von der Entfernung des Standortes zum Stadtzentrum. Wie in Abschnitt 2.1 erwähnt, gilt für das einfache Thünen-Modell der landwirtschaftlichen Produktion ein mit wachsender Entfernung fallender Verlauf der Bodenrente und damit auch des Bodenpreises²⁾.

Für die Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen für einen Haus-

1) Alonso (1964, S. 31) behandelt den Standort resp. die Entfernung vom Zentrum als eigentliches Gut in der Nutzenfunktion des Haushalts. Für unsere Zwecke genügt es, den Wohnstandort nur durch die Transportkosten zu berücksichtigen. Erst der Einbezug verschiedener Bevölkerungsgruppen mit unterschiedlichen Standortpräferenzen würde m.E. das Gut 'Entfernung' in der Nutzenfunktion rechtfertigen.

2) In Abschnitt 2.2.2.1 wird gezeigt, dass ein fallender Verlauf der Bodenpreisfunktion eine Bedingung für Gleichgewicht im Haushaltssektor ist.

halt in einer städtischen Umgebung sei ebenfalls ein Bodenpreis unterstellt, der mit der Zentralität des Bodens positiv korreliert ist.

2.2.2 Das Haushaltgleichgewicht

2.2.2.1 Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen

Dem Haushalt steht das Arbeitseinkommen (w) zur Verfügung. Dieses wird vollumfänglich dazu verwendet eine bestimmte Menge des Konsumgutes (z) zum Preis (p_z) zu kaufen und eine standortgebundene Menge Land (l) als Wohnraum zu beanspruchen. Dafür muss er den Preis $R(x)$ entrichten und gleichzeitig fallen ihm pro Zeitperiode noch zusätzlich die Transportkosten ($T(x) = tx$) an. Die letzteren sind eine lineare Funktion der Entfernung, mit (t) als dem Transportpreis je Distanzeinheit (x). Formal kann die Problemstellung für den nutzenmaximierenden Haushalt also in folgender Weise angegeben werden:

Gesucht sei das Maximum der Lagrangefunktion (L)¹⁾:

$$(2.1) \quad L = u(z, l) + \lambda (w - p_z \cdot z - R(x) \cdot l - tx),$$

wobei

w	: Einkommen
p_z	: Preis des Konsumgutes
z	: Menge des Konsumgutes
$R(x)$	: Bodenpreis als Funktion der Entfernung
l	: Menge Wohnraum
t	: Transportpreis
x	: Entfernung vom Zentrum
u	: Nutzen des Haushalts.

1) Die sich aus der Nutzenfunktion $u(\cdot)$ für den Haushalt und dessen Einkommensrestriktion ergibt.

Durch Nullsetzen der ersten Ableitungen dieser Funktion nach den Variablen z , l , x und λ lassen sich die Bedingungen für das Gleichgewicht des Haushalts bestimmen^{1), 2)}.

$$(2.2) \quad u_z - \lambda p_z = 0$$

$$(2.3) \quad u_l - \lambda R(x) = 0$$

$$(2.4) \quad A(1 \frac{\delta R(x)}{\delta x} + t) = 0$$

$$(2.5) \quad w - p_z z - R(x)l - tx = 0$$

Aus der Kombination von (2.2) und (2.3) ergibt sich die hinlänglich bekannte Marginalbedingung für das Gleichgewicht:

$$(2.6) \quad \frac{u_z}{u_l} = \frac{p_z}{R(x)},$$

d.h. die Grenznutzenrelation entspricht im Maximum der Relation der Güterpreise. Die Umformung von (2.4) ergibt

$$(2.7) \quad \frac{d R(x)}{d x} = - \frac{t}{1}.$$

Da l und t positive Grössen sind, muss der Ausdruck $d R(x)/dx$ negativ sein. Damit erweist sich die Annahme einer mit zunehmender Entfernung fallenden Bodenpreisfunktion als richtig. Die simultane Auflösung der drei Beziehungen (2.5), (2.6) und (2.7) führt zu der Gleichgewichtslösung des nutzenmaximierenden Haushalts.

1) Dabei wird unterstellt, dass es sich bei dem so bestimmten Extremwert um ein Maximum handelt.

2) u_z und u_l stehen für die ersten Ableitungen von u nach den Variablen z und l .

2.2.2.2 Interpretation der Gleichgewichtsbedingungen

Die Interpretation der Ergebnisse dieses einfachen Beispiels für einen Haushalt im räumlichen Gleichgewicht bietet keine besonderen Schwierigkeiten. Die Einkommensrestriktion (2.5) braucht kaum kommentiert zu werden.

Zur Beziehung (2.6) sei hier nur kurz folgendes angeführt: es ist zu beachten, dass der Bodenpreis ($R(x)$) mit der Entfernung (x) variiert. In der Folge von Standortverschiebungen werden demnach Veränderungen der Güterkombination notwendig, um das Grenznutzenverhältnis dem veränderten Güterpreisverhältnis zu erhalten.

Die letzte Bedingung (2.7) besagt folgendes: im Haushaltsgleichgewicht müssen die Grenzkosten für den Transport (t) zwischen Wohnort und Zentrum gerade den Grenzausgaben für den vom Haushalt beanspruchten Wohnraum entsprechen. Die Verletzung dieser Bedingung würde bedeuten, dass der Haushalt durch eine Veränderung seines Wohnstandortes entweder Transportausgaben einsparen (falls $\frac{dR(x)}{dx} \cdot 1 > -t$) resp. die Wohnausgaben senken könnte. Die Wohnausgaben lassen sich darum senken, weil mit einer Standortverschiebung weg vom Zentrum ein tieferer Bodenpreis zu entrichten ist.

Angenommen, die Bodenpreisfunktion hätte eine positive Steigung, so könnte der Haushalt im räumlichen Sinne kein Gleichgewicht erreichen. An jedem Standort liesse sich seine Situation durch eine Bewegung in Richtung auf das Zentrum hin verbessern, denn er könnte einerseits Transportkosten einsparen und andererseits würde er dadurch eine Verringerung der Wohnausgaben erreichen.

2.2.3 Das 'bid price' - Konzept¹⁾

2.2.3.1 Problemstellung

In Abschnitt 2.2.2 ging es darum, die Gleichgewichtsbedingungen für einen Haushalt herzuleiten, d.h. nach der Situation eines Haushalts zu suchen, in der er nicht mehr durch eine Veränderung seines Standorts eine Besserstellung erreichen kann. Dabei wurde davon ausgegangen, dass die verschiedenen Güterpreise, also auch die Bodenpreisfunktion²⁾, dem Haushalt bekannt sind. Er konnte unter diesen Verhältnissen dadurch ein Gleichgewicht erreichen, indem er durch die entsprechende Wahl seines Standorts versuchte dem Gleichungssystem (2.5, 6, 7) zu genügen.

In diesem Abschnitt wird das Problem des räumlichen Gleichgewichts von einer anderen Seite her angegangen. Die Frage lautet: welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein Haushalt gegenüber seinem Wohnstandort indifferent ist³⁾, oder anders formuliert: welchen Verlauf muss die Bodenpreisfunktion aufweisen, damit der Haushalt bei einer gegebenen Nutzenfunktion, gegebenen Transportpreisen und gegebenem Konsumgüterpreis und Einkommen in jeder Entfernung vom Zentrum in der Lage ist, dasselbe maximale Nutzenniveau zu realisieren. Alonso umschreibt die Boden-

-
- 1) Alonso (1964) hat dieses Konzept der Preisfunktionen des räumlichen Gleichgewichts für den Haushalt- und den Unternehmenssektor im Modell der monozentrischen Stadt eingeführt. Am einfachsten lässt sich die 'bid price' - Funktion als reduzierte Form der Gleichgewichtslösung für das standortbezogene Haushaltmodell verstehen.
 - 2) Damit ist nicht wie sonst üblich eine Preis-Menge-Relation angesprochen, sondern die Beschreibung des Preises in Abhängigkeit der Entfernung vom Stadtzentrum. Im folgenden ist der Begriff 'Bodenpreisfunktion' immer so verstanden.
 - 3) Diesen Zustand haben wir insofern bereits vorweggenommen, als dass darauf verzichtet wurde, das Gut 'Entfernung' explizit in die Nutzenfunktion des Haushalts aufzunehmen. Die Bedingungen die einen solchen Zustand als sinnvoll erscheinen lassen, wurden jedoch noch nicht dargestellt.

preisfunktion, die diese Eigenschaft erfüllt - die sogenannte 'bid price'-Funktion - in folgender Weise^{1), 2)}:

"A bid price curve of a resident is the set of prices for land the individual could pay at various distances while deriving a constant level of satisfaction; that is to say, if prices of land were to vary with distance in the manner described by the bid price curve, the individual would be indifferent among locations."

Als nächstes soll wiederum anhand des einfachen Beispiels diese 'bid price'-Kurve hergeleitet und diskutiert werden. Dabei geht es an dieser Stelle nur um die Einführung eines Konzepts, auf das später auch in anderem Zusammenhang zurückgegriffen wird.

2.2.3.2 Die Herleitung der 'bid price'-Kurve eines Haushalts

Zuerst wird nach dem Preis gefragt, den ein Haushalt in einer vorgegebenen Entfernung vom Zentrum für Wohnland zu bezahlen bereit ist, wenn ein Nutzenniveau (u_0) realisiert werden soll. Zu diesem Zweck sind lediglich die Ergebnisse aus Abschnitt 2.2.2.1 nochmals zu betrachten und für einen vorgegebenen Standort (x_0) und ein Nutzenniveau (u_0) umzuschreiben ($R(x_0) = r_0$).

1) Alonso (1964), S.59.

2) Stull (1973, S. 108) schlägt eine abweichende Formulierung vor, die besser in das Auktions-Konzept des Bodenmarktes von Alonso zu passen scheint: "A bid price curve of a household is a locus showing the maximum price that a household can pay for land at various locations while deriving a constant level of satisfaction." Die abweichende Interpretation des 'bid price'-Konzepts ändert aber an den Resultaten Alonso's nichts.

Die Gleichgewichtsbedingungen lauten dann:

$$(2.8) \quad w - p_z z - r_o l - tx_o = 0$$

$$(2.9) \quad \frac{u_z}{u_l} = \frac{p_z}{r_o}$$

$$(2.10) \quad u_o = u(z, l).$$

Diese drei Beziehungen beschreiben das Gleichgewicht eines Haushaltes in der Entfernung x_o . Zu beachten ist, dass r_o nicht dem Preis für das Wohnland entspricht der effektiv zu bezahlen ist, sondern r_o ist derjenige Bodenpreis, den der nutzenmaximierende Haushalt an diesem Standort zu bezahlen bereit ist, wenn er das Nutzenniveau u_o realisieren soll.

Wenn die Nutzenfunktion des Haushalts bekannt ist, kann das System (2.8, 9, 10) nach r_o aufgelöst und damit der 'bid price' an der Stelle x_o angegeben werden:

$$(2.11) \quad r_o = r(x_o, u_o).$$

Ein solcher 'bid price' hängt von der Nutzenfunktion des betreffenden Haushalts ab; er gilt somit auch nur gerade für diesen individuellen Haushalt und hat keine allgemeine Gültigkeit.

Nun interessiert aber die sogenannte 'bid price'-Kurve, also diejenige Funktion des Bodenpreises die die Zahlungsbereitschaft des Haushalts in Abhängigkeit der Entfernung beschreibt.

Dazu wird im Gleichungssystem (2.8, 9, 10) r_o durch $r(x)$ und tx_o durch $tx^1)$ ersetzt. Auflösen des so gewonnenen neuen Systems

1) Beachte, dass die Bodenpreisfunktion ($R(x)$) in Abschnitt 2.2.2.1 nicht identisch ist mit der hier verwendeten Funktion $r(x)$. Dort ist der effektive Verlauf des Bodenpreises gemeint, hier soll $r(x)$ für die 'bid price'-Kurve stehen, also nur für einen hypothetischen Verlauf des Bodenpreises.

führt zu der 'bid price'-Kurve

$$(2.12) \quad r(x) = r(x, u_0).$$

Solange die Nutzenfunktion des betrachteten Haushalts nicht exakt vorgegeben ist, lässt sich die 'bid price'-Kurve ebenfalls nicht angeben. Allerdings ist aufgrund des modifizierten Gleichungssystems (2.8, 9, 10) wenigstens eine Aussage über den Verlauf der $r(x)$ -Funktion möglich.

Als Bedingung erster Ordnung des Haushaltsgleichgewichts für ein vorgegebenes Nutzenniveau ergibt sich als Steigung der 'bid price'-Kurve

$$(2.13) \quad \frac{\delta r(x)}{\delta x} = - \frac{1}{1} \left[t + \frac{dl}{dx} (r(x) - p_{zu} \frac{u_1}{z}) \right].$$

Der Mehrpreis den ein Haushalt für Land, das marginal näher beim Stadtzentrum gelegen ist, bezahlen kann, ohne dabei eine Veränderung seines Nutzens in Kauf zu nehmen, ergibt sich aus der Summe Grenzersparnis bei den Transportausgaben und der marginalen Veränderung der Ausgaben für Land und Güterkonsum in bezug auf eine Einheit Land.

Dass diese Summe ein negatives Vorzeichen haben muss ist bei der Herleitung des Haushaltsgleichgewichts in Abschnitt 2.2.2.1 gezeigt worden.

2.2.3.3 Die Bedeutung der 'bid price'-Kurve für den Haushalt

Mit der 'bid price'-Kurve konnte eine Funktion des Bodenpreises in Abhängigkeit von (x) bestimmt werden, die einen Haushalt gegenüber seinem Wohnstandort innerhalb der Stadt indifferent sein lässt. Das bedeutet, dass der Haushalt an jedem Standort der

Stadt aus dem Güterkonsum und der Nutzung von Wohnraum dasselbe Nutzenniveau realisiert.

Dies ist möglich, weil die mit der Entfernung zunehmenden Transportkosten durch die fallenden Wohnausgaben kompensiert werden können. Allerdings kommt hinzu, dass die fallenden Bodenpreise dazu führen, dass mit grösser werdender Entfernung das Konsumgut in zunehmendem Masse durch eine grössere Wohnraumnachfrage substituiert wird. Damit sind höhere Wohnausgaben verbunden, so dass nicht die gesamte Verbesserung des Einkommens durch die Verbilligung des Bodens zur Abdeckung von höheren Transportkosten verwendet wird.

Die Standortentscheidung basiert nun auf der eben hergeleiteten 'bid price'-Kurve. Wie schon in der Fussnote (1) auf Seite 13 angedeutet, stellt die 'bid price'-Kurve nicht den effektiven Verlauf der Bodenpreisfunktion dar, sondern gibt denjenigen Verlauf des Preises an, den ein Haushalt bei einem gegebenen Nutzenniveau zu bezahlen bereit ist. Da zu jedem Nutzenniveau eines Haushalts eine andere 'bid price'-Kurve gehört, kann in dem 'bid price'-Konzept eine Parallele zu dem der Indifferenzkurven gesehen werden. Demnach sind die 'bid price'-Kurven als eine Schar von sich nicht schneidenden Kurven aufzufassen, wobei jeder Punkt in der Distanz-Preis-Ebene für eine vom Haushalt gewünschte Kombination von Bodenpreis und Entfernung vom Zentrum steht, und zwar immer nur in Verbindung mit einem vorgegebenem Nutzenniveau.

Der Haushalt wählt nun jenen Standort in der Stadt als Wohnort, wo die effektive Preisfunktion ($R(x)$) Tangente an die 'bid price'-Kurve mit dem höchstmöglichen Nutzenniveau ist¹⁾.

1) Dieses Maximierungsverhalten entspricht genau der Nutzenmaximierung im Indifferenzkurvensystem. Allerdings entspricht im Gegensatz zu den Indifferenzkurven bei den 'bid price'-Kurven eine tiefere Kurve einem höheren Nutzenniveau.

Dieser Abschnitt diene zur Darstellung eines Konzepts, das für die Behandlung der Standortentscheidungen von Wirtschaftssubjekten in städtischen Gleichgewichtsmodellen von Bedeutung ist. Zu diesem Zweck wurde die Standortentscheidung eines Haushalts dargestellt. Ebenso gut hätte das Konzept anhand einer Unternehmung, die städtischen Boden als Produktionsfaktor einsetzt, vorgestellt werden können. Damit will gesagt sein, dass das 'bid price'-Konzept nicht auf den Haushalt beschränkt ist, sondern auch im Zusammenhang mit der Standortentscheidung von Unternehmungen eine Rolle spielt.

3. Stadtmodelle

3.1 Problemstellung

Gegenstand der Stadtmodelle der 'urban economics' ist die Frage nach der Zusammensetzung und der räumlichen Form¹⁾ urbaner Gebiete. Unter der Zusammensetzung von urbanen Gebieten ist die Aufteilung des städtischen Gebiets auf Aktivitäten, Unternehmungen und Haushalte zu verstehen. Mit der räumlichen Form ist im wesentlichen die Intensität der Landnutzung durch diese Wirtschaftssubjekte gemeint.

Wenn auch das Instrumentarium in der modernen Stadtökonomie sehr stark verfeinert wurde, so sind doch zwei Kernprobleme immer noch von derselben Art wie diejenigen, die von Thünen vor ca. 170 Jahren beschäftigten. Ein zentraler Gegenstand der Untersuchungen ist die Erklärung der Bodenpreisstruktur als eine Funktion der Entfernung von einem Marktzentrum, ein anderer ist die

1) Die Berücksichtigung der räumlichen Komponenten beschränkt sich in den theoretischen Arbeiten durchwegs auf eine Dimension, der Entfernung vom Zentrum.

Art der Landnutzung in dieser (urbanen) Landschaft. Die Städte der 'urban economics'-Modelle weisen als Ergebnis der Allokation des Bodens auf die städtischen Verwendungszwecke die Form von konzentrischen Kreisen auf.

Je nach der Fragestellung werden in diesen Modellen die drei folgenden Verwendungsarten des Bodens in der Stadt unterschieden:

- Ein Produktionssektor stellt mit den Faktoren Kapital und Land ein Gut 'housing'¹⁾ her, das entweder von den Haushalten konsumiert wird, oder in die Produktion eines Konsumgutes eingeht.
- Ein Produktionssektor stellt ein Konsumgut her, das in der Stadt konsumiert oder exportiert wird, und das u.a. Land oder das Gut 'housing' als Produktionsfaktor benötigt.
- Ein Haushaltsektor verwendet das ihm verfügbare Einkommen zum Erwerb eines Konsumguts und zur Inanspruchnahme von Land oder 'housing'.
Die letzteren beiden Güter dienen zur Befriedigung der Nachfrage nach Wohnraum.

Die Gleichgewichtsmodelle, die eine auf diese Art repräsentierte Stadt beschreiben, basieren im allgemeinen auf partiellen Ansätzen für diese drei Sektoren. Jedes der Partialmodelle liefert Gleichgewichtsbedingungen für ein Gesamtmodell der Produktions- und Standortentscheidungen der Wirtschaftssubjekte einer Stadt.

1) M.E. existiert keine zutreffende deutsche Uebersetzung für den Begriff 'housing'. Ich erlaube mir deshalb im folgenden den englischen Ausdruck zu verwenden. Eine genaue Erläuterung folgt in Abschnitt 4.

Dem zentralen Anliegen der Stadtmodelle, der Erklärung der räumlichen Stadtstruktur¹⁾, wird durch die Bestimmung von Funktionen Rechnung getragen, die über die Art der Landnutzung in den einzelnen Sektoren Auskunft geben.

Als Beispiele dafür können erwähnt werden:

- Funktion zur Beschreibung der Bevölkerungsgrösse
- Funktion der 'housing'-Dichte
- Funktion der Bevölkerungsdichte.

Die räumliche Dimension der Stadt kommt dabei dadurch zum Ausdruck, dass diese Funktionen immer die Entfernung vom Zentrum als eine der erklärenden Variablen enthalten.

Anhand derselben Funktionen kann auch die Ueberprüfung der eingehenden Theorie auf ihren empirischen Gehalt hin erfolgen.

Weitere, ausserhalb des Modells bestimmte Grössen die in diese Funktionen als Erklärende eingehen, sind unter anderen: die Transportkosten²⁾, das Haushalteinkommen, die maximale Ausdehnung der Stadt, der Bodenpreis an der Stadtgrenze.

Die Art der eben aufgezählten exogenen Variablen macht nochmals deutlich, in welche Richtung die Fragestellung der 'urban economics'-Modelle zielt. Im Vordergrund steht immer die Allokation des städtischen Bodens auf seine verschiedenen Verwendungsmöglichkeiten. Von entscheidender Bedeutung für dieses Allokationsproblem sind die Annahmen über die Produktionsmöglichkeiten, d.h. über die Produktionsfunktionen und deren Parameter.

1) Der Begriff der räumlichen Struktur ist für den Moment noch sehr vage. Er wird jedoch in Abschnitt 4.2 eine Eingrenzung erfahren.

2) Es existieren Partialmodelle mit endogenen Transportkosten. Die damit verbundene Komplexität der Analyse lässt jedoch eine formale Lösung innerhalb eines gesamten Stadtmodells nicht mehr zu und es müssen numerische Verfahren angewendet werden. Vgl. u.a. Solow (1973) oder Dixit (1973).

3.2 Zur Klassifizierung der Stadtmodelle

3.2.1 Die 'new urban economics' (NUE)

Seit Beginn der 1970er Jahre sind in der Literatur der Stadtökonomie eine Anzahl Arbeiten erschienen, die sich von den bisherigen Ansätzen der Landnutzungstheorie in verschiedenen Aspekten deutlich unterscheiden. Da sie entweder als allgemeine Gleichgewichts- oder als Optimierungsmodelle konzipiert sind, zeichnen sie sich durch eine relativ hohe mathematische Komplexität aus.

Diese neueren Arbeiten stellen für die Stadtökonomie einen Wendepunkt dar. Um ihre Bedeutung hervorzuheben, ordnen Mills und MacKinnon¹⁾ sie dem Begriff der 'new urban economics' zu. In ihrem Artikel geben diese Autoren eine sehr klare Uebersicht über diese Arbeiten, so dass hier auf eine ausführliche Darstellung verzichtet werden kann. Es folgt deshalb nur eine kurze Charakterisierung der Modelltypen, wobei die Klassierung an Anas und Dendrinos²⁾ anlehnt. Die beiden Autoren unterscheiden zwei Generationen der NUE.

3.2.1.1 Die erste Generation der NUE

Die schon vorgestellte Arbeit von Alonso³⁾ war für die Entwicklung dieser Forschungsrichtung grundlegend. Im Anschluss an seine Landnutzungstheorie entstand die Arbeit von Muth⁴⁾, die einen weiteren Markstein der NUE darstellt. Das Schwergewicht

1) Mills und MacKinnon (1973).

2) Anas und Dendrinos (1976). Die Klassierung dieser beiden Autoren weicht ein wenig von derjenigen Mills ab. Der letztere bezieht den Begriff der NUE im wesentlichen auf die 2. Generation der NUE im Sinne von Anas und Dendrinos.

3) Vgl. Abschnitt 2.2.3.

4) R. Muth (1969).

seiner Untersuchung liegt auf der theoretischen und empirischen Analyse des Wohnungsmarktes ('housing'-Markt)¹⁾ in städtischen Gebieten.

Die Nachfrageseite des Muth-Modells wird auf die gleiche Art dargestellt wie bei Alonso. Ausgehend von einer Nutzenfunktion des Haushalts werden die Gleichgewichtsbedingungen unter der Annahme der Nutzenmaximierung und einer Budgetrestriktion hergeleitet. In Abweichung von der Arbeit Alonso's verzichtet Muth darauf, die Entfernung vom Stadtzentrum explizit als Gut in der Nutzenfunktion zu berücksichtigen. Sie erscheint lediglich in der Budgetrestriktion in Form von Transportkosten.

Die Angebotsseite des Wohnungsmarktes wird durch eine grosse Zahl von Produzenten repräsentiert, die mittels der Faktoren 'Land' und 'Kapitalgut' die Wohnungsleistungen herstellen und dabei versuchen ihren Gewinn zu maximieren. Der Bodenpreis und der Preis für die Wohnungsleistungen sind Marktpreise, der Kapitalgutpreis ist exogen.

Zusammen mit der Markträumungsannahme vervollständigt die Annahme über die Verfügbarkeit von Land für Wohnzwecke und dessen alternative Verwendungen (u.a. für Transportwege) das Modell des städtischen Wohnungsmarktes.

Muth hat damit eine Theorie formuliert, die zu empirisch überprüfbareren Aussagen führt. Ein mit zunehmender Entfernung exponentiell fallender Verlauf der Bevölkerungsdichte stellt eine solche Implikation des Modells dar. Wie viele Schätzungen des Verlaufs der Bevölkerungsdichte für amerikanische Städte ergaben²⁾, stellt die Dichtefunktion

1) Die Übersetzung Wohnung für 'housing' ist hier deshalb angebracht, weil der Ausdruck nur im Zusammenhang mit Wohnen gebraucht wird.

2) u.a. Mills (1972), S. 35ff.

$$(3.1) \quad D(x) = D_0 \cdot e^{-\gamma x}$$

mit $D(x)$: Dichte an der Stelle x

e : Basis des natürlichen Logarithmus

D_0 : Dichte im Stadtzentrum

γ : Mass der Verringerung der Dichte

eine gute Approximation des tatsächlichen Verlaufs dar.

Ein theoretisches Stadtmodell sollte demnach zu einem Resultat führen, das für die Dichtefunktion eine fallende Exponentialkurve ergibt.

Die Modelle von Muth und Alonso beinhalten die wesentlichen Elemente der NUE-Modelle der 1. Generation¹⁾ und bilden die eigentlichen Standardmodelle der Stadtökonomie.

3.2.1.2 Die zweite Generation der NUE

Die 2. Generation der NUE ist dadurch gekennzeichnet, dass die städtischen Aktivitäten im Rahmen von allgemeinen Gleichgewichtsmodellen²⁾, oder dass einzelne Aktivitäten unter der Annahme von Externalitäten betrachtet werden³⁾. Die Arbeiten, die sich der zweiten Gruppe zuordnen lassen, stellen sich als Optimierungsprobleme dar. Im Vordergrund stehen dabei Probleme im Zusammenhang mit dem Auftreten von Ballungskosten des Verkehrs und der Bestimmung einer optimalen Stadtgrösse.

Mit Modellen dieser Art wird versucht, die Annahmen der empirischen Relevanz anzupassen. Verbunden damit ist allerdings eine starke Zunahme der Komplexität der Problemstellung, und

1) Vgl. dazu Anas und Dendrinos (1976), S. 30.

2) z.B. Mills (1967).

3) u.A. Mills und De Ferranti (1971), Dixit (1973), Solow und Vickrey (1971).

die formale Lösung ist in der Regel nicht mehr möglich. Als alternative Lösungsmethoden bieten sich dann numerische Verfahren an. Dazu Muth¹⁾: "... however, I am a believer in the proposition that assumptions should be chosen on the basis of the empirical relevance of the models built from them. Numerical solutions by computer provide an alternative way of determining which of the many features of the real world matter and which are relatively unimportant for some purpose".

Im folgenden wird nun ein Ansatz vorgestellt, der versucht mit analytischen Methoden die grundlegenden Charakteristika der Stadtstruktur in einer Erweiterung des Standardmodells darzustellen.

3.3 Ein 3 - Sektoren Stadtmodell

3.3.1 Uebersicht

Im folgenden wird ein Stadtmodell skizziert, das die räumliche Struktur auf einfache ökonomische Verhaltensannahmen zurückführt und das gegenüber den Standardmodellen in verschiedener Hinsicht erweitert wird.

Als Grundlage für die Arbeit dienen die Beiträge von Alonso, Muth und Mills²⁾. Ausgehend von diesen Ansätzen wird versucht, die Interdependenz der drei städtischen Aktivitäten, 'Konsumgüterproduktion', 'housing'-Produktion und 'Wohnen' zu beachten und ein städtisches Gesamtmodell zu formulieren, das die Skalenerträge in der Produktion auch für die Haushalte wirksam werden lässt.

1) Muth (1975), S. 308.

2) Vgl. Abschnitt 3.2.1.

Für den Sektor der Konsumgüterproduktion¹⁾ werden externe Effekte zugelassen. Diesem Sektor stellen die Haushalte ihre Arbeitskraft zur Verfügung und dort entsteht auch das städtische Einkommen. Ein anderer Produktionssektor stellt das von den zwei übrigen Wirtschaftsgruppen nachgefragte Gut 'housing' her.

Die Aktivitäten 'Wohnen' und 'Konsumgutproduktion' beanspruchen städtisches Land somit nur indirekt über die Nutzung von Wohnungen resp. von Geschäftsräumen. Einzig die 'housing'-Produktion entwickelt direkt eine Nachfrage nach dem verfügbaren städtischen Boden²⁾. Trotzdem sind die Annahmen über die Nutzenfunktion der Haushalte und über die Produktionsfunktion der Konsumgüterproduzenten bestimmende Faktoren für die Intensität der Landnutzung, denn es wird die Annahme getroffen, dass die 'housing'-Nachfrage dieser beiden Sektoren jederzeit befriedigt werden kann. Es hängt dann nur noch von der Produktionsfunktion des 'housing'-Sektors ab, wie die Faktoren 'Land' und 'Kapital' eingesetzt werden um das Gleichgewicht auf dem 'housing'-Markt jederzeit zu garantieren. Dieses Faktoreinsatzverhältnis, das von den Faktor- und Verkaufspreisen abhängig ist, stellt ein Mass für die Intensität der Landnutzung dar.

Die Analyse erfolgt im Rahmen des herkömmlichen monozentrischen Stadtbildes. Die Stadt besteht also aus zwei konzentrischen Kreisen mit einem Punktmarkt in deren Zentrum. Der innere Kreis ist der (Konsum-) Güterproduktion reserviert³⁾, der diesen um-

1) Das Konsumgut wird als Vektor verstanden.

2) Ein Teil des Bodens der Stadt bleibt der privaten Nutzung vorbehalten. Dieser kann der öffentlichen Verwendung zugeführt werden, so zum Beispiel dem Verkehr.

3) In der englischen Literatur wird dafür die Bezeichnung 'CBD' verwendet (=Central Business District). Dies ist m.E. eine bessere Beschreibung, da der Stadtkern im allgemeinen Standort von Dienstleistungsbetrieben und nicht von Produktionsbetrieben ist. Der Begriff der Güterproduktion umfasst hier also in erster Linie die Produktion von Dienstleistungen.

schliessende Ring ist Wohngebiet für die Stadtbevölkerung. Die Konsumgutproduzenten beschäftigen die in der Stadt wohnhaften Arbeitskräfte, die für den Transport zwischen ihrem Wohnstandort und dem Produktionszentrum aufkommen müssen. Das Haushaltseinkommen ist eine im Modell bestimmte Grösse und hängt ab vom gesamten Faktoreinkommen der Produktion und von der Anzahl der Beschäftigten. Gewinn- und Nutzenmaximierungsannahmen führen zu Angebots- und Nachfragefunktionen auf den städtischen Märkten, deren Aggregate die Bestimmung von Gleichgewichtslösungen für das Stadtmodell ermöglichen sollen.

3.3.2 Transportkosten und Skalenerträge

Die Existenz, Grösse und Struktur einer Stadt wird häufig mit dem Hinweis auf die Transportkosten erklärt. In diesem Zusammenhang ist eine Bemerkung notwendig. Die Existenz von Transportkosten und eine entsprechende Minimierungsannahme sind allein noch keine hinreichenden Voraussetzungen um die räumliche Konzentration von Produktion und Wohnen effizient erscheinen zu lassen¹⁾. Die in der Oekonomie üblichen Annahmen der homogenen Verteilung der Faktoren und der konstanten Skalenerträge der Produktionsfunktionen würden im Gegenteil eine disperse Verteilung dieser Aktivitäten bedingen. Erst wenn eine dieser beiden Annahmen fallen gelassen wird, stellt die Stadt, verstanden als die räumliche Konzentration von Wirtschaftssubjekten, eine effiziente Siedlungsform dar. D.h. es müssen entweder eine inhomogene Faktorverteilung unterstellt, oder eine Produktion mit steigenden Skalenerträgen angenommen werden. Beide Fälle sind plausibel:

1) Vgl. Mills (1967), S. 198.

Inhomogene Faktorverteilung

Grundsätzlich gilt, dass ein vollkommen gleichmässiges Land von überall gleicher Qualität eine ausserordentlich starke Vereinfachung der wirklichen Verhältnisse darstellt und kaum je auch nur annähernd in der Realität anzutreffen ist. Leichter lassen sich Situationen vorstellen, die dadurch gekennzeichnet sind, dass ein Stück Land gegenüber anderen Standorten aufgrund natürlicher Voraussetzungen für bestimmte Verwendungszwecke besser geeignet ist. Beispiele solcher Situationen sind etwa nahe gelegene Rohstoffvorkommen, insbesondere aber günstige Verkehrszugänge, wie Flüsse oder Meerhafen.

Agglomerationsvorteile

Ein wichtiger Platz in der Diskussion von Stadtmodellen ist den Agglomerationsvorteilen ('agglomeration economies'¹⁾) eingeräumt. Wenn wir der Argumentation von Mills (1967) folgen, so ist ihnen in der Erklärung der Existenz, der Grösse und der Struktur einer Stadt eine zentrale Rolle zugeordnet. Sie resultieren einerseits aus Unteilbarkeiten in der Produktion und andererseits aus inter-industriellen Externalitäten, und sind nicht in erster Linie von der Grösse der Stadt sondern von der Art und Anzahl der verschiedenen Aktivitäten beeinflusst²⁾.

Innerhalb der Agglomerationsvorteilen kommt vermutlich dem Arbeitsmarkt eine Vorrangstellung zu. Einige Hinweise mögen diese Vermutung untermauern: saisonale und zyklische Schwankungen können sich in einer Stadt mit diversifizierter Produktion eher

1) Eine genaue Begriffsbeschreibung liefert H.B. Chenery (1959), S. 362: "Agglomeration effects derive from the physical proximity of different types of production. In part they consist of the Marshallian type of external economies - creation of a pool of skilled labor, common services, etc. - which can result from the expansion of one or several industries in one place. In part they are due to a reduction in the physical quantities of certain inputs required - particularly transport and storage."

2) G.P. Schaefer (1977), S. 316.

ausgleichen; grössere Komplementarität zwischen Arbeitsangebot und -nachfrage; die stärkere personelle Interaktion führt zu mehr Innovationen.

Neben diesen Externalitäten der Produktion spielen auch solche im Haushaltssektor eine Rolle. Papageorgiou erwähnt in diesem Zusammenhang die Bedeutung der Stadt als öffentliches Gut¹⁾. Demnach erscheint die Stadt für die privaten Haushalte aufgrund der öffentlichen Investitionen als besonders attraktiv.

Wie erwähnt, ist die Grösse der Stadt für das Auftreten von Agglomerationsvorteilen mitverantwortlich. Dies kann aber nun nicht heissen, dass die Konzentration der Produktion endlos fortgeführt werden muss um eine effiziente Allokation der Ressourcen zu gewährleisten. Naheliegender ist die Vermutung, dass es eine optimale Stadtgrösse gibt, die einerseits durch die Agglomerationsvorteile und andererseits durch die negativen Externalitäten der räumlichen Konzentration (sog. Ballungskosten) beeinflusst wird. Die negativen Externalitäten treten deutlich bei den Transportkosten in Erscheinung, sie sind aber auch in Form von sozialen Kosten, wie beispielsweise als Lärm etc. anzutreffen. Die optimale Stadtgrösse stellt demzufolge ein soziales Optimum dar das unmöglich operational zu formulieren ist. Deshalb beschränken sich die theoretischen Arbeiten²⁾ auf die Bestimmung der optimalen Grösse für den Fall von Ballungskosten im Verkehr. Der 'trade-off' zwischen Skalenerträgen in der Produktion und den Ballungskosten beim Transport der Berufspendler limitiert das Wachstum der Stadt und bestimmt auf diese Weise ein Optimum.

Die Berücksichtigung der Agglomerationsvorteile einer Stadt geschieht durch die Annahme von steigenden Skalenerträgen in der

1) G.J. Papageorgiou (1979), S. 43.

2) Vgl. u.a. Dixit (1973).

Produktionsfunktion der Konsumgutherstellung im Stadtzentrum. Im Haushaltsektor wird auf die Annahme von Externalitäten verzichtet. Auf diese Weise gelingt es, einer der Hauptursachen für die urbane Entwicklung auf einfache Art Beachtung zu schenken. Wenn jedoch auf der Kostenseite der negative Einfluss der Ballung vernachlässigt bleibt, so ist diesem Faktor in der Produktion dadurch Rechnung zu tragen, dass auch fallende Skalenerträge möglich sein können. In einem Modell mit nur steigenden Skalenerträgen wäre die Endlichkeit der Stadtgrösse nicht gewährleistet.

3.3.3 Zum Modellaufbau

Die Entwicklung dieses 3-Sektoren Stadtmodells durchläuft die folgenden Stufen:

1. Einzelwirtschaftliche Partialanalyse,
2. Aggregierte Partialmodelle,
3. Aggregiertes (interdependentes) Gesamtmodell.

ad 1.) Im Rahmen der einzelwirtschaftlichen Partialanalyse wird der Frage nachgegangen, welche Bedingungen für das räumliche Gleichgewicht in den Sektoren der Güterproduktion, der 'housing'-Produktion und der Haushalte erfüllt sein müssen. Weil die Sektoren als vollkommen homogen betrachtet werden, kann diese Bestimmung der Gleichgewichtsbedingungen anhand des einzelnen Wirtschaftssubjekts des betreffenden Sektors erfolgen. Die Interdependenz zwischen den Sektoren 'Konsumgüterproduktion' und 'Haushalte', ein zentraler Punkt der Arbeit, bleibt vorläufig unberücksichtigt. Konkret bedeutet dies, dass das Haushalteinkommen und der Bodenpreis an der Grenze des Haushaltsektors (rsp. dessen Nutzenniveau) einerseits und die Zahl der Beschäftigten im Sektor der Konsumgüterproduktion andererseits als exogene Variablen der Partialmodelle auftreten.

Während der Zusammenhang zwischen dem Haushalt- und dem Konsumgütersektor noch ausgeklammert bleibt, wird dem Vorhandensein des 'housing'-Sektors und den daraus resultierenden Konsequenzen für die zwei anderen Sektoren besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Es wird also auf der Stufe der einzelwirtschaftlichen Betrachtung nach jenen Bedingungen gefragt, die in den Partialmodellen, bestehend aus den Sektoren 'Konsumgüterproduktion' und 'housing' einerseits und 'Haushalte' und 'housing' andererseits für die zwei Sektoren jeweils gleichzeitig zu einem Gleichgewicht führen. Ausdruck dieser Gleichgewichtsbedingungen wird eine Bodenpreisfunktion¹⁾ für jedes Partialmodell sein.

ad 2.) Der nächste Schritt in der Entwicklung des Gesamtmodells wird darin bestehen, die aggregierten Partialmodelle aufgrund der oben beschriebenen Ergebnisse zu bestimmen. Hierzu wird es notwendig sein, Annahmen über die für die zwei Sektoren²⁾ 'Konsumgüterproduktion' und 'Haushalte' verfügbare städtische Landfläche zu treffen. Dies geschieht in der Angabe der zwei Radien $\bar{x}$ und $\bar{\bar{x}}$, der Grenze zwischen 'Produktion' und 'Wohnen' resp. der äusseren Stadtgrenze. Unter Verwendung der Landnachfragefunktionen der zwei städtischen Sektoren gelingt es nun ohne Schwierigkeiten die Gesamtbevölkerung der Stadt und das Haushalteinkommen im Zustand des partiellen städtischen Gleichgewichts herzuleiten.

ad 3.) Die bisherigen Ergebnisse entsprechen zwar Gleichgewichtslösungen, sie sind jedoch nur im Rahmen der Partialmodelle

1) Wenn von Preisfunktionen die Rede ist, so ist in der Regel die Abhängigkeit des Gleichgewichtspreises von der Entfernung zum Zentrum gemeint.

2) Der Sektor 'housing' ist nun in den zwei anderen Sektoren integriert.

als solche gültig. Das Stadtmodell wird erst dadurch zu einem interdependenten Gesamtmodell, dass die Bevölkerungsgrösse (als ein Ergebnis des Partialmodells 'Wohnen') und das Haushalteinkommen (als Ergebnis des Partialmodells 'Produktion') als endogene Variable in das andere Partialmodell eingehen. Das städtische Gleichgewicht ist dann realisierbar, wenn unter diesen Annahmen für beide Partialmodelle gleichzeitig ein Gleichgewichtszustand resultiert. Es wird sich zeigen, dass das Gesamtmodell je nach der Wahl der exogenen Variablen als rekursiv oder als simultan erscheint. Die simultane Lösung wird jedoch nur skizziert.

4. 'Housing' - Produktion

4.1. Einleitung

Wenn im Rahmen eines allgemeinen Stadtmodells der Versuch unternommen wird, an Stelle von Land in der Nutzenfunktion der Haushalte und in der Produktionsfunktion der Konsumgutproduzenten das Gut 'housing' einzusetzen, so kann dies nur in einer äusserst einfachen Weise geschehen. Trotzdem ist der dadurch erreichte Gewinn an Aussagekraft bemerkenswert. Einige Erläuterungen mögen diese Vermutung untermauern.

Eines der herausragendsten Merkmale der urbanen Form ist ohne Zweifel die extreme Faktorsubstitution im Bereich der Landnutzung. Dieser Umstand kann im vollen Masse nur berücksichtigt werden, wenn ein Sektor in das Modell aufgenommen wird, der den verfügbaren städtischen Boden in ein Gut transformiert, das der Raumbeanspruchung der Wirtschaftssubjekte gerecht wird, und damit auch die räumliche Form der städtischen Wirklichkeit einiger-

massen gerecht wiedergibt. Was damit gemeint ist, lässt sich anhand der Wohnraumnachfrage eines Haushalts darstellen.

Für den Moment sei davon ausgegangen, dass jeder Haushalt dieselbe Wohnraumfläche (z.B. eine 4-Zimmer-Wohnung) beansprucht¹⁾. Angenommen dieser Wohnraum sei identisch mit einer bestimmten Menge 'Land', so könnte kaum davon ausgegangen werden, ein für die Erklärung der Stadtstruktur nützliches Modell zu finden. Typisch für die urbane Wohnform ist eben die Tatsache, dass jeder Haushalt zur Befriedigung seiner Wohnraumnachfrage (immer noch dieselbe, fest vorgegebene Grösse) desto weniger Land beansprucht, je zentraler sein Standort ist²⁾. Der Faktor 'Land' wird also durch einen anderen, beispielsweise 'Kapital', substituiert. Diese durch die relativen Faktorpreise ausgelöste Substitution kann mit Hilfe einer geeigneten Produktionsfunktion dargestellt werden.

Soviel zum Gewinn für ein Stadtmodell, der mit dem Einbeziehen eines 'housing'-Sektors verbunden sein kann. Allerdings sind sofort einige Einschränkungen anzubringen, die zwar nicht ein Verzicht auf diesen Sektor nahelegen, die Aussagen im Hinblick auf ihre Uebertragbarkeit in die Wirklichkeit aber etwas relativieren. Um dies deutlich zu machen, bedarf es einer vorgängigen Diskussion des fraglichen Gutes.

-
- 1) Diese Annahme wird lediglich zur Illustration getroffen. Tatsächlich kann sie aufgrund der Modellvoraussetzungen gar nicht erfüllt sein. In der Regel wird eine 4-Zimmer-Wohnung nahe des Zentrums kleiner sein als eine solche an der Peripherie der Stadt.
 - 2) Die praktische Konsequenz dieser Substitution spiegelt sich am deutlichsten im Gegensatz zwischen dem Einfamilienhaus am Stadtrand und dem mehrstöckigen Mehrfamilienhaus im Stadtinnern wieder.

4.1.1 Begriffsinhalt

Die zu produzierenden Wohn- und Geschäftshäuser - kurz: das Gut 'housing' - hat im besonderen Masse den Charakter eines Kapitalgutes, d.h. es ist dauerhaft. Das einmal produzierte Gut wird demnach nicht innerhalb einer Periode verbraucht, sondern erfährt lediglich eine Abnutzung und bedarf deshalb einer Abschreibung. Das interessierende Gut kann somit als der Ertrag des vorhandenen Kapitalstocks aufgefasst werden. Aus diesem Grunde sind zwei Begriffe auseinanderzuhalten. Einmal haben wir es mit einer Bestandesgrösse - dem Gut 'housing' zu tun, und ein anderes mal mit einer Flussgrösse - dem Gut 'housing services'¹⁾.

Nun lässt sich aber kaum unterstellen, dass der 'housing stock' ein homogenes Gut ist²⁾, eine Annahme die die Analyse einiger-massen überblickbar bleiben liesse. Muth³⁾ überbrückt diese Schwierigkeit mit der folgenden Ueberlegung: Bestände mit unterschiedlichen Merkmalen (also nicht homogene Güter) führen zu verschiedenen Mengen des homogenen Gutes 'housing services'. Damit gelingt es, einen Markt für ein homogenes, jedoch nicht beobachtbares Gut zu definieren⁴⁾. Die Wohnraumnachfrager sind nun aber

-
- 1) Rosen (1978) bemerkt hierzu, dass diese Unterscheidung genau derjenigen der neoklassischen Produktionstheorie entspricht. So wie der Kapitalverzehr (capital services) eines Kapitalstocks in die Produktionsfunktion einer Unternehmung eingeht, so ist das Gut 'housing services' ein Argument der Nutzenfunktion der Haushalte.
 - 2) Auch wenn davon ausgegangen würde, dass bei der Erstellung des Gutes Homogenität vorliegen würde, so bedeutet doch die Tatsache der unterschiedlichen Altersstruktur eine Inhomogenität.
 - 3) Muth (1967).
 - 4) Olsen (1969, S. 613) bemerkt, dass wegen der Nicht-Beobachtbarkeit von 'housing services' die Richtigkeit der Annahme auch nicht direkt testbar ist. "... The competitive theory of the housing market does contain bridge principles which relate housing service to observable phenomena and it does have testable implications in terms of these phenomena."

genau an dieser Grösse interessiert und nicht an der Bestandesgrösse 'housing stock'. Hierzu Olsen¹⁾: "... Consequently, in this theory there is no distinction between the quantity and the quality of a dwelling unit as these terms are customarily used." Gemäss diesem Theoriekonzept unterscheidet sich ein qualitativ besseres Gebäude von einem schlechteren dadurch, dass es mehr von der theoretischen Einheit 'housing service' abwirft. Im langfristigen Wettbewerbsgleichgewicht sind jedoch die Preise für eine Einheit 'housing service' an einem gegebenem Standort dieselben, unabhängig davon, welcher Art die jeweilige Bestandesgrösse ist. Die Rente für ein besseres Gebäude an diesem Ort ist allerdings höher als jene für ein qualitativ schlechteres Gebäude.

Wenn im vorliegenden Ansatz davon ausgegangen wird, dass das Gut 'housing' als durch eine Produktionsfunktion darstellbar ist, so ist mit dem output der Produktion die Menge 'housing' gemeint, die eine Einheit der Flussgrösse 'housing service' abzugeben vermag²⁾. Die Einsatzfaktoren sind dabei 'Land' und 'Kapital'³⁾. Einfachheitshalber soll im folgenden die Flussgrösse mit 'housing' bezeichnet werden.

Allerdings kann nicht verschwiegen werden, dass gegen die dargelegte Behandlung des 'housing'-Sektors gewichtige Einwände vorgebracht werden können. Deren Hauptargument sei hier kurz dargelegt.

4.1.2 'Housing'-Bestand und langfristiges Gleichgewicht

Der gewählte Modellrahmen - das langfristige Gleichgewichtskonzept - bringt es mit sich, dass der Dauerhaftigkeit der Kapitalgüter und hier im speziellen derjenigen des Wohnungsbestandes

1) Olsen (1969), S. 613.

2) Muth (1971a), S. 244.

3) Das 'Kapital' hat dabei den Charakter von Investitionsgütern.

keine Aufmerksamkeit geschenkt werden kann.

Die auch zur Anwendung kommende komparativ-statische Betrachtung fragt nach der Verteilung der Bevölkerung, der Beschäftigung, etc. im langfristigen Gleichgewichtszustand und setzt voraus, dass die Anpassungen an Störungen des Modells vollständig erfolgen können. Informationen über die Anpassungsprozesse von Bestandesvariablen sind nicht aus diesem Modell abzuleiten. Es wird vielmehr angenommen "... that either cities are destroyed every night and rebuilt the next morning or that households live in house trailers that are relocated daily. In either case the size, location, quality, and distribution of dwelling units are assumed to adjust instantaneously (or at least quickly) to changes in income, transportation, and other forces."¹⁾

Wenn dieser Einwand auch nicht in seinem wörtlichen Sinne aufzufassen ist, so ist seine Aussage insofern zutreffend, als dass in Wirklichkeit die 'housing'-Industrie ausgesprochen stark standortabhängig ist, d.h. neue Gebäude werden vornehmlich an der Peripherie der Stadt erstellt, während im Stadttinnern in erster Linie Ersatz- und Umbauten vorgenommen werden. Diese sind stark von der Altersstruktur des vorhandenen Bestandes abhängig, und darum mit der Zentralität der Standorte korreliert.

Wenn auch diese Einwände berechtigt sein mögen und damit die Aussagekraft der Modelle in Bezug auf deren direkte Uebertragung auf die Problemfelder der Wirklichkeit relativieren, so darf auf der anderen Seite der Gewinn gegenüber den einfacheren Modellen, die lediglich den Faktor 'Land' als Argument berücksichtigen, nicht vergessen werden. Ohne Zweifel lassen sich die Anpassungsprozesse auf dem 'housing'-Markt und damit auch die Dauerhaftigkeit der Güter theoretisch erfassen. Ein Kapitalektor

1) G.K. Ingram, J.F. Kain, J.R. Ginn, (1972), S. 16.

dieser Art ist aber kaum mehr mit einem langfristigen Gleichgewichtsmodell kompatibel¹⁾. Als Modell für den isolierten 'housing'-Markt müssen die vorgebrachten Einwände allerdings ernst genommen und die entsprechenden Annahmen im Modell eingeführt werden.

Gegen das von Muth gewählte Vorgehen, ein nicht beobachtbares Gut 'housing service' zu definieren, lässt sich solange nicht viel einwenden, wie die damit implizierten beobachtbaren Aussagen diese Theorie nicht widerlegen. Für unsere Zwecke ist deshalb das Vorgehen von Muth massgebend.

4.1.3 Die Voraussetzungen

Der Markt für 'housing' sei durch die folgenden Rahmenbedingungen - diejenigen der vollständigen Konkurrenz - charakterisiert²⁾: (1) es gibt viele Anbieter und Nachfrager auf dem Markt, (2) deren Marktanteil gemessen an der gesamten Produktion verschwindend klein ist, (3) es finden auf beiden Seiten keine Absprachen statt, (4) der Marktein- und austritt ist frei, (5) Produzenten und Konsumenten verfügen über vollständiges Wissen bezüglich Preise und Preisofferten, und alle Möglichkeiten zur Gewinn- oder Nutzenmaximierung werden ausgeschöpft, (6) der Markt wird nicht reguliert und (7) das gehandelte Gut ist homogen.

Die 'housing'-Einheit ($h(x)$) wird als output einer Produktionsfunktion dargestellt, deren inputs die Faktoren 'Land' ($T(x)$)

1) Vgl. Richardson (1977), S. 34.

2) z.B. Olsen (1969), S. 613.

und 'Kapital' ($k(x)$) sind¹⁾. Da die Güter- und Faktorpreise u.a. von den standortabhängigen Transportkosten beeinflusst werden, sind diese letztlich für die Substitution zwischen den zwei Faktoren verantwortlich.

Der Kapitalpreis ist für den einzelnen Produzenten, unabhängig von seinem Standort, eine exogene Variable. Ebenso ist der Absatzpreis (also der 'housing'-Preis) seinem Einfluss entzogen. Massgebend für dessen Bestimmung ist die Situation auf der Nachfrageseite des Marktes. Das Niveau und der Funktionsverlauf in Abhängigkeit der Entfernung vom Zentrum sind Ergebnis des Nutzenmaximierungsverhaltens der Haushalte resp. der Profitmaximierung der Konsumgutproduzenten. Der 'housing'-Preis muss demnach so verlaufen, dass in diesen beiden Sektoren in dem Sinne ein räumliches Gleichgewicht herrschen kann, dass trotz den Transportkosten für alle Haushalte (mit identischer Nutzenfunktion) dasselbe Nutzenniveau und für alle Konsumgutproduzenten derselbe Gewinn realisierbar ist. Die 'housing'-Preisfunktion entspricht somit den 'bid price'-Funktionen²⁾ der beiden Sektoren für dieses Gut.

Damit unter den so gestalteten Voraussetzungen auch auf dem Sektor der 'housing'-Produktion ein Gleichgewichtszustand möglich ist, muss der letzte Preis auf diesem Markt - der Preis für den Faktor 'Land' aus den Gleichgewichtsbedingungen für die 'housing'-Produktion hervorgehen. So lässt sich eine 'bid price'-Funktion für den Faktor Land ermitteln, die der Tatsache Rechnung trägt, dass der Absatzpreis des Gutes vom Standort der Produktion abhängt.

-
- 1) Mit der Schreibweise $k(x)$, $h(x)$ und $l(x)$ soll die Standortabhängigkeit der Variablen betont werden. Vom formalen Standpunkt her betrachtet, ist dies insofern inkorrekt, als dass noch andere Größen für diese Variablen von Bedeutung sind und damit eine Schreibweise der Form $k(x_1, x_2, x_3, \dots)$ angebracht wäre.
 - 2) Vgl. Abschnitt 2.2.3. Zur Herleitung dieser Funktionen siehe Abschnitt 5.1.4 resp. 6.1.2.

Die dargelegten Voraussetzungen sollten deutlich werden lassen, dass die Produktion von 'housing' zwar als einziger Sektor Land direkt beansprucht, und die diesbezüglichen Bedingungen damit für die Landnutzung bedeutsam sind¹⁾, dass aber die übrigen Sektoren der Stadtwirtschaft aufgrund der Voraussetzungen über die Preise die Landnutzung ebenfalls prägen.

4.2. Die Produktion von 'housing'-Einheiten und die Bodenpreisfunktion im räumlichen Gleichgewicht

4.2.1 Allgemeiner Fall

In die Produktion der 'housing'-Einheiten gehen wie erwähnt die Faktoren Land und Kapital ein. Weil diese Aktivität notwendigerweise über das ganze städtische Gebiet verteilt ist, würde die Berücksichtigung der Arbeit als Produktionsfaktor eine Verletzung der Monozentritäts-Annahme bedeuten. Da ohnehin die Faktorsubstitution zwischen Land und Kapital im Vordergrund des Interesses steht, und wegen der relativen Bedeutungslosigkeit des Sektors in bezug auf die Gesamtbeschäftigung der Stadt kann der Faktor Arbeit ohne grosse Bedenken vernachlässigt werden. Die Produktion erscheint als eine in der Mikrotheorie übliche Funktion mit konstanten Skalenerträgen²⁾:

$$(4.1) \quad h(x) = h(x) [l(x), k(x)],$$

-
- 1) Die Wettbewerbsvoraussetzungen sorgen für eine Entlohnung der Faktoren nach ihrem Wertgrenzprodukt. Weil der Verkaufspreis mit der Entfernung variiert und der Kapitalpreis fixiert ist, muss eine entsprechende Faktorsubstitution erfolgen. Damit ist der Einfluss der Nachfrage nach 'housing' auf die Landnutzung sichergestellt.
 - 2) Die Darstellung der Produktion für den Fall einer CES- resp. Cobb-Douglas Funktion erfolgt in Abschnitt 4.2.2.2 resp. 4.2.2.3.

mit $h(x)$ = Menge des produzierten Gutes 'housing'
 $l(x)$ = Menge des Faktors Land
 $k(x)$ = Menge des Faktors Kapital,

wobei die ersten Ableitungen nach den Faktoren ein positives,
die zweiten Ableitungen ein negatives Vorzeichen haben.

Die Voraussetzungen in Abschnitt 4.1.4 erlauben es, die Faktornachfragefunktionen der 'housing'-Produzenten zu bestimmen. Dabei ist diejenige für den Faktor Land hier von besonderem Interesse.

Der Gewinn eines Produzenten ergibt sich aus dem Verkaufserlös seines Gutes abzüglich der Ausgaben für die Produktionsfaktoren. Die partiellen Ableitungen dieser Gewinnfunktion nach den Faktoren ergeben nach Umformen die gesuchten Faktornachfragefunktionen:

$$(4.2) \quad \begin{aligned} l(x) &= l(x) [p_h(x), r(x), h(x)] \\ k(x) &= k(x) [p_h(x), p_l, h(x)], \end{aligned}$$

mit $p_h(x)$ = 'housing'-Preis
 $r(x)$ = Landpreis
 p_k = Kapitalpreis.

Die Grenzkosten der Herstellung von 'housing' als Funktion der Entfernung resultieren aus dem Einsetzen der gewinnmaximierenden Faktormengen (4.2) in die Produktionsfunktion. Sie geben Aufschluss über die Kosten einer 'housing'-Einheit unter den vorgegebenen Produktionsbedingungen und unter der Voraussetzung der effizienten Faktorauslastung in Abhängigkeit der Faktorpreise. Im Optimum der Produktion entsprechen die Grenzkosten

den Stückkosten:

$$(4.3) \quad \text{Grenzkosten} = p_h(x) [r(x), p_k] = \text{Stückkosten.}$$

Diese Darstellung der Produktionsmöglichkeiten kann unter zusätzlichen Voraussetzungen zur Herleitung einer Bodenpreisfunktion dienen, die das räumliche Gleichgewicht auf dem 'housing'-Markt sichert¹⁾.

Die vollständige Konkurrenz auf dem 'housing'-Produktionssektor sorgt im Optimum dafür, dass gewinnlose Produktion vorliegt, d.h. dass der Verkaufspreis des Gutes gerade gleich den Stückkosten der Produktion ist. Aufgrund der getroffenen Voraussetzungen bedeutet dies, dass die Stückkosten dem von den Nachfragern gebotenen Preis für eine 'housing'-Einheit entsprechen, also mit dem betreffenden 'bid price' übereinstimmen. Weil der Kapitalpreis zudem als exogene Grösse vorgegeben ist, lässt sich aus der Beziehung (4.3) zusammen mit der 'bid price'-Funktion der Nachfrager²⁾ eine erste wichtige Beziehung zur Beschreibung des Gleichgewichts des Stadtmodells, die 'bid price'-Funktion der 'housing'-Produzenten für den städtischen Boden, angeben.

Wird der Ausdruck für die Stückkosten der 'bid price'-Funktion der Haushalte gleichgesetzt,

$$p_h(x) [p_k, r(x)] = p_h(x) [t(x), u, w],$$

und die Gleichung nach dem Bodenpreis $(r(x))$ aufgelöst, so ergibt dies die gesuchte 'bid price'-Funktion der 'housing'-Pro-

1) Räumliches Gleichgewicht verstanden als die Situation, in der kein Produzent seinen Gewinn erhöhen kann indem er eine Verschiebung seines Standorts in Betracht zieht.

2) Weil das Modell zwei Sektoren enthält die Wohnraum nachfragen, werden auch zwei 'bid price'-Funktionen herzuleiten sein. Das hat zur Folge, dass der 'housing'-Sektor zwei Preisfunktionen ergeben wird.

duzenten für den Faktor Land:

$$(4.4) \quad r(x) = r(x) [u, t(x), w, p_k] .$$

Sie ist eine Funktion, die neben der Entfernung vom Stadtzentrum (x) noch das Nutzenniveau (u) der Haushalte, das Haushaltseinkommen (w), den Transportpreis (t) und den Kapitalgüterpreis (p_k) als Argumente enthält.

Weil der durch die Funktion (4.4) repräsentierte Bodenpreis den Gleichgewichtszustand des städtischen Modells garantiert, soll (4.4) nicht nur den von den 'housing'-Produzenten offerierten Preis angeben, sondern soll den tatsächlichen Verlauf des Bodenpreises wiedergeben. Unter diesen Umständen gilt für die Produktion $\delta\pi/\delta x = 0$.

Mit dieser einfachen Herleitung ist es also gelungen, eine Gleichgewichts-Preisfunktion für die abstrakte (und deshalb nicht beobachtbare) output-Einheit 'housing' anzugeben. Wie weiter oben auch schon angedeutet, ist dieser Theorie-Ansatz nicht empirisch überprüfbar solange keine beobachtbaren Implikationen daraus abgeleitet werden.

Eine erste solche Implikation ist aus dem 'housing'-Sektor allein abzuleiten und kann zur Beurteilung des Modells dienen. Die bereits hervorgehobene Faktorsubstitution in Abhängigkeit der Zentralität und der urbanen Entwicklung gilt als charakteristisches Merkmal der Stadt. Ein erster Blick auf das nun vorliegende Resultat genügt, um festzustellen, dass die diesbezüglichen Erwartungen durch das Modell nicht widerlegt werden.

Abschnitt 2.2.3.2 ergab, dass die 'bid price'-Funktion von Wohnraumnachfragern grundsätzlich einen mit zunehmender Entfernung fallenden Verlauf aufweisen muss. Dabei hängt die Rate der Abnahme von den Transportkosten und von der Gestalt der Nutzen-

funktion ab. Für den Fall einer Cobb-Douglas Nutzenfunktion ergibt sich ein exponentielles Fallen des Preisfunktion.

Da eine so verlaufende Preisfunktion ein Datum für den Absatz von 'housing'-Einheiten ist, der Kapitalpreis konstant ist, und die Faktorentlohnung sich am Wertgrenzprodukt orientiert, bedingt dies eine mit zunehmender Zentralität wachsende Substitution von Land durch Kapital¹⁾.

Als Ergebnis ist somit festzuhalten, dass die hergeleitete Bodenpreisfunktion eine beobachtbare Faktorsubstitution in der 'housing'-Produktion impliziert und damit eine Möglichkeit zur Modellbeurteilung liefert²⁾.

Als eine weitere Konsequenz liefert dieses Ergebnis die Möglichkeit, aufgrund der Bodenpreisfunktion verschiedene Dichtefunktionen angeben zu können. Ein Beispiel einer solchen Funktion bezieht sich auf die Angabe der Bevölkerungsdichte in Abhängigkeit der Entfernung und ist somit auch einer empirischen Ueberprüfung zugänglich. Allerdings setzt dies voraus, dass die Eigenschaften³⁾ der 'housing'-Nachfragesektoren bekannt sind.

1) Die Faktorpreisrelation $p_k/r(x)$ wird mit wachsendem x (also abnehmender Zentralität) grösser und dadurch verschiebt sich das Einsatzverhältnis zu Gunsten des Faktors Land.

2) Welche Größenordnung die Rate der Faktorsubstitution hat, wird unten, bei der formalen Darstellung des Sektors diskutiert.

3) Damit sind die Parameterwerte der relevanten Funktionen gemeint.

4.2.2 Die 'housing'-Produktion dargestellt an zwei speziellen Funktionstypen

4.2.2.1 Zur Wahl des Funktionstypen

4.2.2.1.1 Theoretische Erwägungen

Da ein Grossteil der urbanen Struktur und Entwicklung von den Eigenschaften der Produktionsfunktionen abhängig ist, sollte deren Wahl die entsprechende Aufmerksamkeit zukommen. Um die Variation der Faktoreinsatzrelation aufgrund der Veränderung der relativen Faktorpreise richtig erfassen zu können, bedarf es spezieller Annahmen bezüglich der Substitutionselastizität. Die am häufigsten anzutreffende Annahme einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion impliziert eine Substitutionselastizität mit dem Wert eins zwischen Land und Kapital¹⁾. Allerdings heben die Autoren Kau und Lee²⁾ hervor, dass die Cobb-Douglas zwar sehr angenehme mathematische Eigenschaften hat, vom ökonomischen Standpunkt her die Faktorsubstitution aber allzu stark einschränkt und damit zu einem verfälschten Bild der Landnutzung führt.

Einige Hinweise auf Implikationen der SE sollen auf die Bedeutung der diesbezüglichen Annahmen aufmerksam machen:

Ein Wert der SE von eins bedingt eine konstante Einkommensverteilung auf die Faktoren. Die relativen Anteile der Einkommen variieren innerhalb der Stadt jedoch stark, so dass die Verwendung der Cobb-Douglas Funktion nicht angeraten erscheint³⁾.

1) Die Substitutionselastizität (SE) ist definiert als die Elastizität des Faktorverhältnisses in bezug auf die relativen Faktorpreise.

2) J.B. Kau und Ch.F. Lee (1976).

3) Vgl. Kau & Lee (1976), S. 83.

Die Bodenpreisfunktion - eine der zentralen Funktionen des Modells - ist nicht nur von den Grössen Haushalteinkommen, Transportpreise und Nutzenniveau beeinflusst¹⁾, sondern unterliegt ebenso dem Verlauf der Produktionsfunktion und damit u.a. der Substitutionselastizität.

Aufgrund dieser Ausgangslage kann die Nützlichkeit der Cobb-Douglas Funktion zur Darstellung der Produktionsmöglichkeiten auf dem 'housing'-Sektor sehr wohl in Frage gestellt werden.

4.2.2.1.2 Empirische Arbeiten zur Frage der Produktionsfunktion

Wenn den Stadtmodellen mit einem 'housing'-Sektor in der Form einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion vorgeworfen wird, die räumliche Stadtstruktur in verzerrter Weise wiederzugeben, so sollte sich dieser Vorwurf in empirischen Untersuchungen bestätigen können. Deshalb werden im folgenden einige Arbeiten daraufhin betrachtet.

R. Koenker²⁾ schätzt die Substitutionselastizität (SE) zwischen Land und Kapital für den städtischen 'housing'-Markt. Er unterstellt dazu eine CES Produktionsfunktion³⁾ und trifft dieselben Annahmen wie sie in Abschnitt 4.1.4 dieser Arbeit beschrieben sind. Dadurch gelangt er zu der Schätzgleichung

1) Vgl. Beziehung (4.4) oben.

2) R. Koenker (1972).

3) CES = Constant Elasticity of Substitution. Diese Funktion ist durch eine konstante Substitutionselastizität der Faktoren in bezug auf ihre Preise ausgezeichnet. Die Cobb-Douglas ist ein Spezialfall der CES-Funktion mit einem Wert für die SE von eins.

$$\ln \left[\frac{pQ - rL}{L} \right] = a + b \cdot \ln(r) + u \quad 1)$$

mit: Q = reale 'housing'-Einheit

L = Faktor Land

p = Verkaufspreis

r = Bodenpreis

u = Störterm

a, b = Parameter.

Die Schätzung dieser Funktion ergibt für die Daten von Ann Arbor (139 Beobachtungen in der Zeitperiode 1964 - 1966) einen Wert von 0.71 für die SE.

Fountain²⁾ schätzt für den Zeitraum 1972 - 1974 für Los Angeles eine ähnliche Funktion zur Bestimmung der SE der Produktion von Mehrfamilienhäusern:

$$\ln(p \cdot y) = a_1 + b \cdot \ln(r) + (1-b) \cdot \ln(p) + u,$$

wobei er unterstellt, der Produktpreis (p) sei konstant, so dass er mit der einfacheren Gleichung operiert:

$$\ln(p \cdot y) = a_1 + b \cdot \ln(r) + u,$$

mit $y = Q/L$.

Seine Schätzergebnisse führen zu einer SE zwischen 0.5 und 0.6.

1) Es gelte die Produktionsfunktion (linear homogen)
 $Q = F(L, N)$, mit $N =$ nicht-Land input.

Die Wettbewerbsvoraussetzungen ergeben:

$$\ln(N/L) = a + b \cdot \ln(r/n), \text{ mit } n = \text{nicht-Land Faktorpreis.}$$

Addieren von $\ln(n)$ auf beiden Seiten ergibt

$$\ln(pQ - rL)/L = a + b \cdot \ln(r) + (1-b) \cdot \ln(n).$$

Wenn angenommen wird, dass der Faktorpreis (n) über das ganze Gebiet konstant ist, kann $\ln(n)$ weggelassen werden.

2) R. Fountain (1977).

J.M. Clapp¹⁾ unternimmt den Versuch, die Funktion von Fountain mit Daten für Geschäftshäuser in Los Angeles zu schätzen, und zwar mit folgender Gleichung:

$$\ln (rL + nN)/L = a_1 + b \cdot \ln (r).$$

Basierend auf den Ergebnissen seiner Untersuchung gibt er einen Wertebereich von 0.67 bis 0.83 für die SE an. Er interpretiert sein Ergebnis, das gegenüber den Angaben von Fountain deutlich höher liegt so, dass er Daten von Geschäftshäusern und nicht von Mehrfamilienhäusern verwendet hat. Da dies zwei gänzlich verschiedene Gebäudetypen sind, sei auch eine andere Technologie für die Produktion massgebend und damit die Abweichung erklärbar. Zudem weist er darauf hin, dass das Weglassen von $\ln(p)$ auf der rechten Seite von Fountain's Gleichung die Gefahr einer Verzerrung der Schätzresultate nach unten in sich birgt²⁾. Allerdings glaubt er aufgrund von modifizierten Schätzgleichungen (Einbezug des Produktpreis (p)) und anderen Datensätzen, dass der glaubwürdigste Wert für die SE zwischen 0.55 und 0.65 liegen muss.

B. Smith³⁾ untersucht das Angebotsverhalten der 'housing'-Produzenten und unterscheidet zwei mögliche Reaktionen auf Veränderungen des Verkaufspreises. Er bestimmt eine Elastizität der Qualität und eine solche der Dichte in bezug auf die relativen Verkaufspreisänderungen. Mit Hilfe der Elastizität der Dichte⁴⁾, die er anhand von 200 Beobachtungen für die Stadt Chicago schätzt,

1) J.M. Clapp (1979).

2) Vgl. J.M. Clapp (1979), S. 125.

3) B. Smith (1976).

4) Dichte = $1/L$, L = Land-input der Produktion.

lässt sich über die Gleichung

$$\sigma_{KL} = \varepsilon_D \cdot \left[\frac{1 - p_k}{p_k} \right]^{1)}$$

mit σ_{KL} = Substitutionselastizität

p_k = durchschnittlicher Quotient der nicht-Land Kosten zu den Gesamtausgaben der 'housing'-Produktion bezogen auf eine Flächeneinheit

ε_D = Elastizität der Dichte,

die Grösse σ_{KL} - die Substitutionselastizität zwischen Land und Kapital - ermitteln. Der von Smith angegebene Wert liegt mit 1.0 - 1.4 deutlich über allen andern Ergebnissen aus empirischen Arbeiten.

R. Muth²⁾ wählt für die Beurteilung der SE seines Modells ein ganz anderes Vorgehen. Seine Zielgrösse, die Dichtefunktion für die Stadtbevölkerung, betrachtet er als Massstab für die Güte seines Modells. Das mit Hilfe numerischer Verfahren gelöste Modell veranlasst ihn die CES-Funktion gegenüber der Cobb-Douglas Funktion vorzuziehen. Er stellt fest, dass eine SE von 0.75 die beste Approximation an die empirischen Dichtefunktionen ergibt³⁾.

Eine letzte empirische Arbeit, die hier erwähnt werden soll, ist diejenige von Kau, Lee und Sirmans⁴⁾. Sie gehen davon aus, dass

1) Vgl. B. Smith (1976), S. 403.

2) R.F. Muth (1975).

3) Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass zur Bestimmung der Dichtefunktionen seines Modells bereits empirische Parameterwerte einfließen. So wählt er beispielsweise eine Preiselastizität der 'housing'-Nachfrage von -1 und eine Einkommenselastizität von 1.25. Der Wert für die SE ist natürlich von der Wahl dieser Parameter abhängig.

4) J.B. Kau, Ch.F. Lee und C.F. Sirmans (1977).

weder die Cobb-Douglas noch die CES-Produktionsfunktion die Eigenschaften besitzen, die zur Beschreibung der urbanen Landnutzungsstruktur notwendig sind. Die drei Autoren versuchen dies zu zeigen, indem sie eine VES (=Variable Elasticity of Substitution)⁵⁾ - Produktionsfunktion für die 'housing'-Herstellung schätzen, und feststellen können, dass die SE vom Stadtzentrum zur Peripherie einen Bereich zwischen 0.92 und 0.09 durchläuft⁶⁾. Verschiedene Ueberlegungen bestärken die Autoren in der Annahmen der Richtigkeit ihres Ergebnisses:

- Die Substitutionselastizität kann zwischen Null und unendlich variieren. Die Wahl einer Produktionsfunktion, die eine Konstante SE impliziert, kann Grund für einen Spezifikationsfehler sein.
- Die SE kann vom Produktions-output und von der Faktorrelation abhängen. Die bei der Herstellung von Hochhäusern und von Einfamilienhäusern zur Anwendung kommende Technologie ist nicht dieselbe. Verschiedene Werte der SE sind naheliegend.
- Die Grenzen der technischen Möglichkeiten führen dazu, dass mit zunehmender Kapitalintensität die Substituierbarkeit von Land durch Kapital abnimmt.

Diese Ergebnisse sind für die Modelldarstellung des 'housing'-Sektors insofern von weittragender Bedeutung, als dass damit gerechnet werden muss, dass empirische Arbeiten die Cobb-Douglas oder CES-Funktionen unterstellen, mit verzerrten Schätzergebnissen behaftet sind.

5) Revankar (1971).

6) Für die Schätzung wurde dasselbe Datenmaterial wie in der Arbeit von Koenker verwendet.

TABELLE 1 : Zusammenfassung einiger ausgewählter Untersuchungen zur Bestimmung der Substitutionselastizität in der 'housing'-Produktion

Autoren	Vorgehensweise	Daten	Substitutionselastizität
R. Koenker	Schätzgleichung: $\ln(pQ - rL)/L = a + b \ln(r) + u$	Mehrfam.geb., Ann Arbor	0.62 - 0.78
R. Fountain	$\ln(py) = a_1 + b \ln(r) + (1-b)\ln(p)^1$	Mehrfam.geb., Los Angeles	0.5 - 0.6
J.M. Clapp	$\ln(rL + nN)/L = a_1 + b \ln(r)$	Gesch.geb., Los Angeles	0.55 - 0.65
B. Smith	$\hat{\sigma}_{KL} = \frac{1 - p_k}{D \cdot p_k}$	Wohnhäuser Chicago	1.0 - 1.4
R. Muth	Vergleich von empirischen Dichtefunktionen mit solchen die aus seinem Modell abgeleitet werden.	45 U.S. Städte (1950)	0.75
Kau, Lee & Sirmans	Schätzung einer VES Funktion	Mehrfam.geb., Ann Arbor	0.09 - 0.92 2)

Anmerkungen: Nähere Angaben zur Vorgehensweise: vgl. Text. Der angegebene Bereich der SE entspricht dem vom Autor angegebenen Intervall. Massgebend dabei sind nicht nur die Vertrauensbereiche einzelner Schätzungen, sondern es gingen auch Erfahrungen ein, die der Autor mit modifizierten Schätzgleichungen gemacht hat.

1) Der Term $\ln(p)$ fällt wegen der Konstanzannahme von p für die Schätzung weg.

2) Der Bereich bedeutet in diesem Fall, dass die SE mit zunehmender Entfernung vom Zentrum fällt, d.h. sie bewegt von 0.92 (Stadtzentrum) bis 0.09 (an der Peripherie).

4.2.2.1.3 Schlussfolgerungen

Die summarische Betrachtung von einigen massgebenden empirischen Arbeiten hat mehr Fragen aufgeworfen als beantwortet. Die Angaben für die Substitutionselastizität zwischen Land und Kapital reichen von 0.09 bis 1.4, wobei nicht nur die weite Spanne der Ergebnisse der einzelnen Arbeiten, sondern vor allem der Einwand gegenüber Funktionen mit konstanter SE von Kau, Lee und Sirmans verunsichert.

Wenn die übrigen Arbeiten lediglich verlangen, dass an Stelle der Cobb-Douglas die CES-Produktionsfunktion anzuwenden ist, wobei der Wert der SE noch immer ein nicht gelöstes Problem darstellt, so besagt das Ergebnis von Kau, Lee und Sirmans, dass nur eine Produktionsfunktion mit variabler Substitutionsrate der urbanen Form gerecht werden kann.

4.2.2.2 Die 'housing'-Produktion dargestellt am Beispiel einer CES-Funktion

Zwei Gesichtspunkte stehen bei der Wahl des Funktionstypen für die Wiedergabe der Produktionsmöglichkeiten auf der 'housing'-Angebotsseite im Vordergrund. Einmal geht es darum, die empirische Relevanz der mit einem Funktionstyp verbundenen Implikationen zu beachten, und zum anderen kann die Forderung nach mathematischer Einfachheit nicht ausser Acht gelassen werden. Da eine CES-Produktionsfunktion dem letzteren Anliegen stark zuwiderläuft¹⁾, und das theoretische Modell eine erste Approximation an die empirischen Gegebenheiten sein soll, wird hier die Produktion durch eine CES-Funktion wiedergegeben.

1) Die Substitutionselastizität ist in diesem Funktionstyp eine von der Faktorrelation abhängige Grösse. Unter diesen Umständen ist die formale Lösung des Stadtmodells nicht möglich, so dass nur numerische Methoden zum Ziel führen.

Demnach kann das Gut 'housing', bestehend aus den Faktoren Land und Kapital, folgendermassen hergestellt werden:

$$(4.21) \quad h(x) = \left[\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}},$$

mit: α = Verteilungsparameter ($0 < \alpha < 1$)

ρ = Substitutionsparameter ($-1 < \rho < \infty$),

wobei $1/(1+\rho) = \delta$ = Substitutionselastizität.

Wie in Abschnitt 4.2.1 ausgeführt, ermöglicht die Beziehung (4.21) zusammen mit den partiellen Ableitungen der Gewinngleichung die Herleitung der Faktornachfragefunktionen. Aus den partiellen Ableitungen resultiert die bekannte Gewinnmaximierungsbedingung der Unternehmung 'Wertgrenzprodukt=Faktorpreis':

$$\frac{\partial \pi}{\partial l(x)} = p_h(x) \cdot \frac{\partial h(x)}{\partial l(x)} - r(x) = 0.$$

Einsetzen der partiellen Ableitung und auflösen nach dem Faktor $l(x)$ ergibt den Ausdruck für die Faktornachfrage des 'housing'-Produzenten:

$$(4.22) \quad l(x) = \left[\alpha p_h(x) \cdot r(x)^{-1} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} \cdot h(x).$$

Analog dazu folgt für die Nachfragefunktion nach dem Faktor Kapital:

$$(4.23) \quad k(x) = \left[(1-\alpha) p_h(x) \cdot p_k^{-1} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} \cdot h(x).$$

Wie aus Abschnitt 4.2.1 hervorgeht wird zur Bestimmung der 'bid price'-Funktion der 'housing'-Produzenten für den städtischen Boden (=Gleichgewichtspreisfunktion) die Beziehung für die Stückkosten der Produktion benötigt. Dazu sind die gewinnmaximierenden Faktormengen in die Produktionsfunktion einzusetzen und die

Gleichung nach dem Preis $p_h(x)$ aufzulösen:

$$(4.24) \quad p_h(x) = \left[\alpha \frac{1}{1+\rho} \cdot r(x)^{\frac{\rho}{1+\rho}} + (1-\alpha) \frac{1}{1+\rho} \cdot p_k^{\frac{\rho}{1+\rho}} \right]^{\frac{1+\rho}{\rho}}$$

Weil angenommen wird, dass auf dem 'housing'-Markt vollständige Konkurrenz herrscht, entsprechen die Grenzkosten¹⁾ für eine produzierte Einheit gerade dem Verkaufspreis $p_h(x)$. Angenommen dieser sei bekannt, so kann die Beziehung (4.24) nach dem Landpreis ($r(x)$) aufgelöst werden. Die so bestimmte Gleichung ergibt die gesuchte 'bid price'-Funktion der 'housing'-Produzenten.

$$(4.25) \quad r(x) = \left[\alpha \frac{1}{\rho} \cdot p_h(x)^{\frac{\rho}{1+\rho}} - (1-\alpha) \frac{1}{1+\rho} \cdot p_k^{\frac{\rho}{1+\rho}} \right]^{\frac{1+\rho}{\rho}}.$$

Nun ist aber der Preis $p_h(x)$ noch nicht bestimmt, da dieser als 'bid price' der Sektoren für die Raumnachfrage vorausgesetzt wird. Deshalb hat die Gleichung (4.25) noch keinen grossen Aussagewert. Es darf allerdings jetzt schon darauf hingewiesen werden, dass der Ausdruck auf der rechten Seite von (4.25) nicht sehr einfach ist, und dass er durch das Einsetzen der entsprechenden 'bid price'-Funktion für $p_h(x)$ unangenehme Eigenschaften haben wird.

Das Faktoreinsatzverhältnis und dessen Veränderung in Abhängigkeit von der Entfernung vom Stadtzentrum spielen im vorliegenden Ansatz zur Beschreibung der Stadtstruktur eine zentrale Rolle. Das Faktorverhältnis

$$\frac{k(x)}{l(x)} = \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot p_k^{-1} \right]^{\sigma} \cdot r(x)^{\sigma},$$

abgeleitet nach der Entfernung (x) beschreibt diesen

1) Im Optimum der Produktion sind die Grenzkosten mit den Stückkosten identisch.

Zusammenhang:

$$(4.26) \quad \frac{\partial \left(\frac{k(x)}{l(x)} \right)}{\partial x} = \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot p_k^{-1} \right]^{\sigma} \cdot \sigma \cdot r(x)^{\sigma-1} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial x}.$$

Im Moment sei hierzu nur festgehalten, dass $\partial r(x)/\partial x$ negativ, und damit auch der ganze Ausdruck (4.26) negativ ist. Mit zunehmender Entfernung vom Stadtzentrum verschiebt sich das Faktoreinsatzverhältnis somit zu Gunsten des Faktors Land, d.h. es wird relativ mehr Land zur Herstellung von 'housing' eingesetzt. Dieses Resultat deckt sich vollständig mit unseren Erwartungen.

4.2.2.3 Die 'housing'-Produktion dargestellt am Beispiel einer Cobb-Douglas Funktion

Oben wurde festgestellt, dass die Beziehung (4.25) eine nicht sehr komfortable Form aufweist. Es wird sich später herausstellen, dass wegen dieses Ausdrucks eine formale Lösung des gesamten Stadtmodells nicht mehr möglich sein wird. Diese Tatsache zwingt uns weitere Konzessionen zu machen, und die Produktion von 'housing' durch eine linear-homogene Cobb-Douglas Funktion darzustellen:

$$(4.27) \quad h(x) = l(x)^{\alpha} \cdot k(x)^{(1-\alpha)}, \quad \text{mit } 0 < \alpha < 1.$$

Die Faktornachfrage lässt sich einfach aus der Beziehung (4.22) und (4.23) ableiten. Die Cobb-Douglas (C.D.)-Funktion ist, wie schon festgestellt, ein Spezialfall der CES-Funktion für $\delta = 1/(1+\rho) = 1$. Folglich lauten die Funktionen für die Faktornachfrage hier:

$$(4.28) \quad l(x) = \alpha \cdot p_h(x) \cdot h(x) \cdot r(x)^{-1} ,$$

und

$$(4.29) \quad k(x) = (1-\alpha) \cdot p_h(x) \cdot h(x) \cdot p_k^{-1} .$$

Einsetzen dieser Faktormengen in die Produktionsfunktion (4.27) führt wiederum zur Funktion der Grenzkosten des gewinnmaximierenden Produzenten:

$$(4.30) \quad p_h(x) = \alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{-(1-\alpha)} \cdot r(x)^{\alpha} \cdot p_k^{(1-\alpha)} .$$

Da $p_h(x)$ wieder als der gegebene Verkaufspreis aufgefasst werden kann, lässt sich (4.30) nach dem Bodenpreis $r(x)$ auflösen und damit die 'bid price'-Funktion der Produzenten für den Faktor Boden angeben:

$$(4.31) \quad r(x) = \left[p_h(x) \cdot (1-\alpha)^{(1-\alpha)} p_k^{(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \cdot \alpha .$$

Der jetzt vorliegende Ausdruck für den Bodenpreis, der auf dem Produktionssektor 'housing' ein Gleichgewicht garantiert, ist gegenüber der Beziehung (4.25) bedeutend einfacher in seiner Form und wird deshalb für das Stadtmodell jenem vorgezogen. Damit muss aber eine mögliche Fehlspezifikation dieses Sektors in Kauf genommen werden, welche hier noch genauer zu prüfen ist. Zu diesem Zweck ist das Faktoreinsatzverhältnis auch für den CD-Fall anzugeben:

$$\frac{k(x)}{l(x)} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot p_k^{-1} \cdot r(x) ,$$

mit der partiellen Ableitung nach der Entfernung

$$(4.32) \quad \frac{\partial \left(\frac{k(x)}{l(x)} \right)}{\partial x} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) p_k^{-1} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial x}$$

Wenn auf die Darstellung durch eine CES-Funktion verzichtet wird, so ist darüber Klarheit zu schaffen, welche Konsequenzen damit für die Struktur der Landnutzung zu erwarten sind. Ein Vergleich der Ergebnisse für die zwei alternativen Funktionen dient zur Klärung dieser Frage.

4.2.2.4 Eine Gegenüberstellung der zwei Funktionstypen

Es ist abzuklären, in welcher Art sich die Ergebnisse der zwei Spezialfälle für die Darstellung der 'housing'-Produktion voneinander unterscheiden, und welcher Fehler in Kauf zu nehmen ist, vorausgesetzt, eine der beiden Funktionen gäbe die tatsächlichen Produktionsverhältnisse dieses Sektors wieder.

Dazu sind die Eigenschaften der zwei Funktionen zu vergleichen, die den Verlauf der Einsatzrelation der zwei Faktoren Land und Kapital beschreiben, also die Beziehungen (4.26) und (4.32). Für beide Ableitungen gilt ein negatives Vorzeichen ($\partial r(x)/\partial x < 0$). Da $0 < \alpha < 1$, gilt:

$$\left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot p_k^{-1} \right]^{\sigma} < \left[\frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot p_k^{-1} \right] \quad .$$

Falls zudem $r(x) > 1$, ist $\sigma \cdot r(x)^{\sigma-1} < 1$ und damit

$$\frac{\partial \left(\frac{k(x)}{l(x)} \right)}{\partial x} <_{\text{CES}} \frac{\partial \left(\frac{k(x)}{l(x)} \right)}{\partial x} \quad 1) \quad \text{C.D.}$$

Das Ergebnis besagt, dass für den Fall einer CES-Funktion das Faktoreinsatzverhältnis langsamer fällt als für den Fall einer C.D.-Funktion, und demzufolge die Substitution von Kapital durch Land im ersten Fall weniger rasch erfolgt. Das bedeutet, dass im C.D.-Fall die Dichte (= 'housing' / Ländereinheit) mit der zunehmenden Entfernung vom Stadtzentrum schneller abfällt als im CES-Fall.

Dieses Ergebnis kann auch einfach mit Hilfe der Definition für die Substitutionselastizität bestätigt werden. Die SE ist definiert als:

$$\sigma = \frac{\partial \left(\frac{K}{L} \right)}{\partial \left(\frac{P_K}{P_L} \right)} \cdot \frac{\frac{P_K}{P_L}}{\frac{K}{L}} \quad .$$

-
- 1) Die Bedingung ($r(x) > 1$) muss selbstverständlich nicht erfüllt sein. Dann hängt das Ergebnis aber immer noch von der Grösse p_k ab, so dass sich keine Bedingungen mehr für ein eindeutig bestimmtes Ergebnis mehr angeben lassen. Deshalb wurde das Resultat mit empirischen Daten nachgeprüft. Folgende Parameterwerte wurden verwendet: $\alpha = 0.2$ (Clapp, 1979, S.130), $\sigma = 0.75$ (R.Muth, 1975). Die Preisvariablen sind als Kosten für die Inanspruchnahme der Faktoren Land und Kapital je Einheit während eines Jahres zu verstehen. Die Angaben von Muth (1975) werden zur Berechnung mit einem Faktor 100 multipliziert. Als Ergebnis resultiert für (4.26) und (4.32) ein Wert von -1.99 resp. -.65. Die Veränderung der Faktorrelation ist an derselben Stelle für den C.D.-Fall rund drei Mal grösser als im CES-Fall.

Für p_k wurde Konstanz vorausgesetzt, während r mit wachsender Entfernung fällt. Damit ist klar, dass gilt:

$$\left| d\left(\frac{K}{L}\right) \right|_{CES} < \left| d\left(\frac{K}{L}\right) \right|_{C.D.} ,$$

denn nach Voraussetzung ist $(\sigma_{CES} < \sigma_{C.D.})$.

5. Der Produktionssektor

5.1 Einzelwirtschaftliches Gleichgewicht im städtischen Produktionsgebiet

5.1.1 Die Voraussetzungen der Konsumgüterproduktion

Der Produktionssektor ist für das vorliegende Modell in verschiedener Hinsicht von Bedeutung:

- im Produktionssektor findet die Stadtbevölkerung ihre Beschäftigung,
- im Produktionssektor entsteht das Einkommen der Bevölkerung,
- dabei spielen Externalitäten in der Produktion eine besondere Rolle.

Allerdings sind diese Punkte erst auf der aggregierten Stufe des städtischen Gesamtmodells von Wichtigkeit.

Im vorliegenden Abschnitt wird nun nach den Bedingungen gefragt, die zur Realisierung eines Gleichgewichts in diesem Sektor erfüllt sein müssen. Deshalb ist das Interesse für den Moment nicht auf die oben erwähnten Punkte ausgerichtet, sondern kon-

zentriert sich vorerst auf die einzelwirtschaftlichen Aspekte der Konsumgutproduktion.

Für die Produktion sollen die folgenden Voraussetzungen gelten: Die gewinnmaximierenden Unternehmungen stehen in vollständiger Konkurrenz zueinander. Sie produzieren alle dasselbe Konsumgut, das entweder auf dem zentral gelegenen Markt abgesetzt oder von dort aus exportiert werden kann und dessen Preis ausserhalb des Modells festgelegt ist¹⁾. Den Produzenten steht ein vorgegebenes Arbeitskräftepotential zur Verfügung das sie voll auslasten²⁾. Die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital haben fest vorgegebene Preise, während der Preis für den Faktor 'housing' hier so zu bestimmen ist, dass bei gewinnloser Produktion ein räumliches Gleichgewicht herrschen kann. Die Definition für dieses Gleichgewicht wird zusammen mit der Annahme eines homogenen Produktionssektors diese Herleitung ermöglichen. Mit der Homogenität ist gemeint, dass die Produktionsfunktion aller beteiligten Produzenten dieselbe ist. Sie soll zudem linear-homogen sein.

5.1.2 Bestimmung der allgemeinen Gleichgewichtslösung

Die Herstellung des Konsumgutes erfolgt unter der Annahme, dass 'agglomeration economies'³⁾ ein charakteristisches Merkmal der städtischen Produktion darstellen. Dieser Umstand wird im nächsten Abschnitt insofern nochmals zu diskutieren sein, als dass dadurch die Wahl der speziellen Produktionsfunktion betroffen wird. An dieser Stelle interessiert nun das allgemeine Vorgehen

-
- 1) Damit ist die Restriktion verbunden, dass der Wert der Exporte den Haushaltsausgaben für 'housing' und Transport entspricht.
 - 2) Diese Annahme wird erst wichtig sein bei der Lösung des Gesamtmodells.
 - 3) Vgl. dazu Seite 25.

zum Auffinden der Gleichgewichtslösung. Einfachheitshalber sei angenommen, dass die Herstellung des Konsumgutes durch die Kombination der Faktoren 'housing' und Arbeit erfolgt. Eine explizite Berücksichtigung des Kapitals erübrigt sich m.E., da dieser Faktor schon in die Bereitstellung des Faktors 'housing' eingeht¹⁾.

Der Produzent maximiert demnach seinen Gewinn (π)

$$(5.1) \quad \pi = (p_z - t(x)) \cdot z(x) - p_h(x) \cdot h(x) - w \cdot n(x) ,$$

unter der Voraussetzung, dass die Produktion der Funktion

$$(5.2) \quad z(x) = z(x) \left(h(x), n(x) \right)$$

genügt. Dabei bedeuten

p_z	= Konsumgüterpreis
$t(x)$	= Transportkosten je Einheit (z)
$p_h(x)$	= Faktorpreis 'housing'
w	= Faktorpreis Arbeit
$z(x)$	= Konsumgut
$h(x), n(x)$	= Faktormengen 'housing' rsp. Arbeit.

Aus (5.1) und (5.2) lassen sich ohne weiteres die Nachfragefunktionen für die zwei Faktoren ableiten. Unter Verwendung dieser Faktormengen und der Produktionsfunktion lassen sich die Stückkosten des gewinnmaximierenden Konsumgutherstellers (im

1) Diese Vereinfachung beeinflusst die Modellaussagen nur unwesentlich, da für den Faktor Kapital ebenso wie für den der Arbeit ein exogener Preis unterstellt worden ist. Eine um den Faktor Kapital erweiterte Produktionsfunktion würde unter diesen speziellen Voraussetzungen ohnehin zu einer fixierten Relation zwischen Arbeit und Kapital führen.

unterstellten Optimum) schreiben als $c = c(p_h(x), w)$. Wegen der vollständigen Konkurrenz sind für jeden Produzenten die Stückkosten gerade gleich dem von ihm nicht beeinflussbaren Verkaufspreis (p_z), abzüglich den mit seinem Standort verbundenen Transportkosten. Daraus ergibt sich die folgende Situation: die Stückkostenfunktion ermöglicht zusammen mit dem festen Verkaufspreis die Formulierung der Funktion jenes Faktorpreises für 'housing', der Gleichgewicht im räumlichen Sinne auf dem Produktionssektor gewährleistet:

$$(5.3) \quad p_h(x) = p_h(x) \left(p_z, t(x), w \right),$$

$$\text{mit:} \quad \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} = \frac{\partial p_h(x)}{\partial t(x)} \cdot \frac{\partial t(x)}{\partial x} < 0.$$

Die Transportausgaben nehmen mit wachsender Entfernung zu, während der Preis, den die Produzenten für 'housing' zu bezahlen gewillt sind, gleichzeitig kleiner wird¹⁾. Die 'bid price'-Kurve (5.3) hat also im Preis-Entfernung-Diagramm eine negative Steigung. Um von Gleichgewicht im Produktionssektor ausgehen zu können, wird im folgenden vorausgesetzt, dass die 'bid price'-Funktion (5.3) auch den tatsächlichen Verlauf des Preises für den Faktor 'housing' wiedergibt.

Damit ist der im vorangehenden Abschnitt als exogen²⁾ vorgegebene Verkaufspreis des Produktes 'housing' bestimmt.

Eine alternative Darstellung der 'bid price'-Funktion (5.3) lässt sich dann formulieren, wenn der Preis für das Gut 'housing'

-
- 1) Die steigenden Transportausgaben bedeuten eine Reduktion des Verkaufserlöses, womit c.p. das Wertgrenzprodukt fällt. Die Bedingung $WGP_i = r_i$, wobei r_i = Faktorpreis, ermöglicht diese Aussage.
 - 2) Die Exogenität des Preises gilt somit nur in bezug auf den Produktionssektor 'housing'. Im Rahmen des Gesamtmodells hat dieser Preis endogenen Charakter.

an der äusseren Grenze des Produktionsgebiets als gegeben betrachtet wird¹⁾. Aus (5.3) lässt sich dann der Radius des Produktionsgebiets berechnen. Somit ergibt sich für die 'bid price'-Funktion der Ausdruck

$$(5.4) \quad p_h(x) = p_h(x) \left(p_z, t(x), \bar{x}, p_h(\bar{x}) \right),$$

dessen Erklärende der Güterpreis (p_z), die Transportkosten $t(x)$, der Radius des Produktionszentrum (x) und der dort geltende Faktortpreis ($p_h(\bar{x})$) sind. Es wird sich bei der Diskussion der Modelllösung zeigen, dass diese Schreibweise derjenigen von (5.3) vorzuziehen ist.

5.1.3 Zur Behandlung der Externalitäten in der Produktion

In Abschnitt 3.3.2 wurde auf die Bedeutung von Externalitäten in der städtischen Produktion und demnach für die Stadt überhaupt hingewiesen und anhand einiger Beispiele unterstrichen. Es gilt nun festzulegen, in welcher Weise dieses Charakteristikum der städtischen Produktion bei der Wahl des Funktionstyps zu berücksichtigen ist. Zwei Dinge sind klar auseinander zu halten: einmal geht es um die Frage, wie positive Externalitäten in der Produktionsfunktion des einzelnen Produzenten zu behandeln sind; zum zweiten stellt sich dasselbe Problem auf der Stufe des aggregierten Produktionssektors.

Wie aus dem genannten Abschnitt hervorgeht, basieren die positiven (und ev. negativen) Externalitäten auf der Grösse und der Zusammensetzung des gesamten Sektors. Weil jedoch vollkommene Homogenität des Sektors unterstellt wurde, braucht die Analyse dieser Unterscheidung solange keine Beachtung zu schenken, wie

1) Es wird später deutlich werden, dass diese Annahme mit guten Gründen getroffen werden darf.

die Abbildung der Produktionsmöglichkeiten durch eine linear-homogene Funktion erfolgt¹⁾. Für die Wiedergabe der Externalitäten bedingt dies eine Darstellung folgender Art:

$z = z(n, h, s)$, wobei (n) und (h) die input Faktoren sind und (s) als Skalenparameter erscheint²⁾. Angenommen der Skaleneffekt sei neutral³⁾, so lässt sich (z) auch schreiben als

$$z = A(s) \cdot f(n, k) \quad 4) .$$

Die Funktion $f(\cdot)$ sei linear-homogen und $A(s)$ erfasse die Verschiebung des Produktionsniveaus aufgrund des Skaleneffektes. Nun ist noch abzuklären, welche Modellvariable als Mass für die Skala (s) zu verwenden ist.

Die schon hervorgehobene Rolle der Grösse des städtischen Arbeitsmarktes in bezug auf die positiven Externalitäten der Produktion spricht dafür, die Beschäftigung (n) als Mass für die Skala (s) heranzuziehen. Damit aber der Faktor 'Stadtgrösse' bei der Erklärung der Externalitäten ebenfalls eingeht, soll die Bevölkerungszahl (N) als Mass für den Skaleneffekt gelten. Im Fall der von uns getroffenen Voraussetzungen spielt es allerdings keine Rolle, welche der beiden Grössen gewählt wird. Zwischen der Bevölkerungszahl (N) und der Zahl der Beschäftigten soll eine feste Relation bestehen.

Die Produktionsfunktion eines Konsumgutherstellers lässt sich demnach folgendermassen formulieren:

-
- 1) Die linear-homogene Produktionsfunktion zeichnet sich dadurch aus, dass das Produktionsergebnis bei gegebenen Faktormengen unabhängig davon ist, ob die Herstellung des Gutes in einer grossen oder sehr vielen kleinen Unternehmungen erfolgt.
 - 2), 4) Vgl. Shefer (1973), S. 57 f.
 - 3) Der Skaleneffekt verändert die Grenzrate der Substitution nicht.

$$(5.5) \quad z(x) = A(N) \cdot n(x)^a \cdot h(x)^{(1-a)} \quad 1)$$

Wegen der linearen Homogenität der Funktion werden beim Uebergang zur aggregierten Stufe keine Schwierigkeiten auftauchen. Die Grössenordnung von $A(N)$ hingegen bleibt eine offene Frage, die nur auf empirischem Weg zu beantworten wäre. Im Moment seien hierzu lediglich zwei Ueberlegungen angeführt: zwar sollen mit dem Skaleneffekt jene positiven Externalitäten wiedergegeben werden, die mit der Grösse der Stadt in Verbindung stehen; es darf dabei aber nicht übersehen werden, dass "die Bäume nicht in den Himmel wachsen"²⁾. Damit ist gemeint, dass mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit einmal eine Grösse ($\bar{N}$) erreicht wird, wo die Kosten der Ballung die positiven Skalenerträge übersteigen und der Skaleneffekt auch negativ mit der Stadtgrösse korreliert sein kann. Es soll also gelten $\partial A(N)/\partial N > 0$, für $N < \bar{N}$ und $\partial A(N)/\partial N < 0$ für $N > \bar{N}$. Allerdings ist die Grösse ($\bar{N}$) wiederum nur empirisch für den konkreten Fall zu bestimmen.

5.1.4 Die 'bid price'-Funktion der Konsumgutproduzenten für den Fall einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion

Die Funktion der einzelwirtschaftlichen Produktionsmöglichkeiten (5.5)³⁾ erlaubt zusammen mit der Annahme der Maximierung des Gewinns (5.1) die Bestimmung der Gleichgewichtsbedingungen für

-
- 1) Die Wahl einer Cobb-Douglas Funktion ist natürlich eine willkürliche Entscheidung, die in erster Linie in deren Einfachheit begründet ist.
 - 2) H. Schneider, Mikroökonomie (1973), S. 124.
 - 3) Die Funktion $z(x) = (\cdot)$ ist wie alle anderen bisher dargestellten Funktionen wieder in Abhängigkeit von (x) angegeben, womit lediglich die räumliche Dimension des Modells hervorgehoben werden soll.

den einzelnen Produzenten. Die zentrale Grösse stellt dabei der Preis für den Faktor 'housing' dar. Jener hat so zu verlaufen, dass die Produzenten durch eine Veränderung ihres Standorts keine Verbesserung ihrer Gewinnsituation erreichen können. Mit dem Preis (p_z) für das Konsumgut und der Transportkostenfunktion $t(x) = t \cdot x$ müssen im Gewinnmaximum genau die Faktormengen eingesetzt werden, so dass gilt:

$$\frac{\partial \pi}{\partial n(x)} = 0 = (p_z - tx) \cdot \frac{\partial z(x)}{\partial n(x)} - w, \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial h(x)} = 0 = (p_z - tx) \cdot \frac{\partial z(x)}{\partial h(x)} - p_h(x).$$

Räumliches Gleichgewicht herrscht dann, wenn zudem

$$(5.7) \quad \frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 = -t \cdot z(x) - h(x) \cdot \frac{\partial p(x)}{\partial x}$$

gilt, d.h. wenn die mit einer positiven Änderung von (x) verbundenen Mehraufwendungen für den Gütertransport durch die Einsparungen beim Faktor 'housing' gerade ausgeglichen werden. Aus den Bedingungen (5.6) lassen sich die Faktornachfragefunktionen bestimmen:

$$n(x) = (p_z - tx) \cdot w^{-1} \cdot a \cdot z(x)$$

$$h(x) = (p_z - tx) \cdot p_h(x)^{-1} \cdot (1-a) \cdot z(x),$$

die in der Produktionsfunktion eingesetzt zu den standortabhängigen Grenzkosten resp. unter unseren Voraussetzungen zu den standortabhängigen Stückkosten führen:

$$z(x) = A(N) \left((p_z - tx) \cdot w^{-1} \cdot a \cdot z(x) \right)^a \cdot \left((p_z - tx) \cdot p_h(x)^{-1} \cdot (1-a) \cdot z(x) \right)^{(1-a)}$$

$$= A(N) \cdot (p_z - tx) \cdot z(x) \cdot w^{-a} \cdot a^a \cdot p_h(x)^{-b} \cdot b^b, \quad (1-a) = b$$

und nach auflösen nach $(p_z - tx)$:

$$(5.8) \quad (p_z - tx) = A(N)^{-1} \cdot (a^{-1} \cdot w)^a \cdot (b^{-1} \cdot p_h(x))^b.$$

Die Stückkosten der Produzenten (5.8) stimmen bei vollständiger Konkurrenz mit dem Verkaufspreis $(p_z - tx)$ überein. Da dieser und der Preis für Arbeit (w) bekannt sind, ist aus (5.8) die Funktion für jenen Preis abzuleiten, den die Produzenten an einem Standort (x) zu bezahlen bereit sind, d.h. der Gleichgewicht auf dem Produktionssektor garantiert:

$$(5.9) \quad p_h(x) = b \cdot \left(A(N) \cdot (p_z - tx) \cdot a^a \cdot w^{-a} \right)^{\frac{1}{b}}.$$

Wenn der Preis für den Faktor 'housing' an der Grenze des Produktionsgebiets ($\bar{x}$) bekannt ist¹⁾, so kann aus (5.9) dieser Radius ($\bar{x}$) bestimmt werden. Damit ist eine alternative Darstellung der 'bid price'-Funktion (5.9) möglich, die die Diskussion der Modelllösung vereinfachen wird:

$$(5.10) \quad p_h(x) = (p_z - tx)^{\frac{1}{b}} \cdot (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b}} \cdot p_h(\bar{x}).$$

Der Preis den die Konsumguthersteller in einer Entfernung (x) vom Stadtzentrum zu bezahlen bereit sind, hängt somit vom Stadtradius ($\bar{x}$), dem dort gültigen Faktorpreis $p_h(\bar{x})$ und dem Netto-

1) Üblicherweise wird der Bodenpreis an der Stadtgrenze als gegeben betrachtet. Mit Hilfe der Stückkostenfunktion der 'housing'-Produzenten kann der Preis $p_h(\bar{x})$ jedoch ohne Schwierigkeiten berechnet werden.

verkaufspreis¹⁾ ab. Dabei gilt c.p., dass mit zunehmender Stadtgrösse ($\bar{x}$) und steigendem Faktorpreis $p_h(\bar{x})$ eine Erhöhung des 'bid prices' $p_h(x)$ verbunden ist:

$$\frac{\partial p_h(x)}{\partial \bar{x}} > 0, \quad \frac{\partial p_h(x)}{\partial p_h(\bar{x})} > 0.$$

Um den Einfluss des Konsumgütersektors auf die räumliche Stadtstruktur abschätzen zu können, ist zu untersuchen, inwiefern die Standortverschiebung (Δx) für die Zusammensetzung der Produktion, d.h. für die Faktorrelation von Bedeutung ist. Zu diesem Zweck ist die Rate der technischen Substitution (RTS) der Konsumgüterherstellung zu betrachten:

$$RTS \equiv \frac{\frac{\partial z(x)}{\partial n(x)}}{\frac{\partial z(x)}{\partial h(x)}} = \frac{w}{p_h(x)} = \frac{a}{(1-a)} \cdot \frac{h(x)}{n(x)},$$

mit

$$\frac{\partial RTS}{\partial x} = -w \cdot \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} \cdot p_h(x)^{-2}, \text{ und } \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} < 0,$$

womit gilt:

$$\frac{\partial RTS}{\partial x} > 0,$$

d.h. das Faktoreinsatzverhältnis verschiebt sich mit zunehmender Entfernung vom Zentrum zu Gunsten des (landbeanspruchenden)

1) Damit ist der Güterverkaufspreis (p_z), reduziert um die Transportkosten gemeint.

Faktors 'housing'. Ueber die Grössenordnung der Veränderung der Rate der Faktorsubstitution ist keine allgemeine Aussage möglich. Hingegen kann festgehalten werden, dass der Zusammenhang nicht linear ist, und dass mit zunehmender Zentralität die Substitution ausgeprägter wird¹⁾. Im Hinblick auf die räumliche Stadtstruktur ist dies insofern bedeutsam, als dadurch mit zunehmender Zentralität die Dichte der Beschäftigung²⁾ steigt. Ein oberflächlicher Vergleich mit den Produktionsverhältnissen eines städtischen Gebiets bekräftigt diese Modellaussage: die zentral gelegene Produktion zeichnet sich durch einen relativ hohen Anteil an Arbeitskräften aus (z.B. Dienstleistungsbetriebe), während die peripher gelegene Produktion einen höheren Anteil raumbeanspruchender Faktoren aufweist (z.B. Lagerräume).

5.2 Die Landnutzung der Güterproduktion

5.2.1 Zur Beschreibung des Gleichgewichts auf dem Markt für 'housing' und dessen Implikationen

Kennzeichnend für das Modell ist u.a. wie schon erwähnt, dass die Konsumgutproduktion nicht den Faktor Land direkt, sondern das Zwischenprodukt 'housing' resp. die daraus abgeleitete Flussgrösse 'housing services' zur Herstellung ihres Gutes einsetzt. Die nachgefragte Faktormenge wird zu dem von ihnen offerierten Preis ($p_h(x)$) durch die 'housing'-Produzenten angeboten.

1) Die zweite Ableitung der RTS nach (x) ergibt:

$$\partial^2 \text{RTS} / \partial x^2 = (\partial \text{RTS} / \partial x) \cdot (-t) \cdot (p_z - tx)^{-1} \cdot (1/b - 1), \text{ mit } b < 1.$$

Da $(1/b - 1) \cdot (p_z - tx)^{-1} > 0$, folgt: $\partial^2 \text{RTS} / \partial x^2 < 0$.

2) Dichte der Beschäftigung = Anzahl Beschäftigte/Landereinheit.

Unter dieser Voraussetzung und unter Ausnutzung der bisherigen Resultate soll hier der Versuch unternommen werden, beobachtbare Implikationen des Modells abzuleiten, die für die Beschreibung der urbanen Landnutzung von Bedeutung sind.

Als eine erste solche Implikation ist die Funktion für den Gleichgewichtspreis des Faktors Boden anzusehen. In Abschnitt 4.2.2 wurde diese Funktion hergeleitet, allerdings unter der Voraussetzung eines gegebenen Verkaufspreises des Gutes 'housing'. Nun ist aber dieser nur in der Form von (5.9) resp. (5.10) vorgegeben, d.h. als 'bid price'-Funktion der Konsumgutproduzenten. Wenn in der Beziehung (4.31) - der 'bid price'-Funktion der 'housing'-Produzenten - einer der zwei Ausdrücke für $p_h(x)$ ((5.9) oder (5.10)) eingesetzt wird, so resultiert jene Funktion für den Preis des Faktors Boden, die in den beiden Sektoren 'housing' und Konsumgüterproduktion gleichzeitig ein räumliches Gleichgewicht ermöglichen. Die Preisfunktion für Boden ist im Gegensatz zu der für 'housing' beobachtbar, und eine Beurteilung des Modells anhand des Vergleichs von theoretischem und tatsächlichem Verlauf ist damit möglich. Allerdings sind Informationen über die Bodenpreise rar und zudem sagt diese Preisfunktion wenig über die Struktur der Landnutzung aus¹⁾. Deshalb ist noch nach anderen, eventuell aussagekräftigeren Beziehungen zu suchen.

Eine gewisse Bedeutung ist diesbezüglich jenem Ausdruck beizumessen, der das Faktoreinsatzverhältnis in der Konsumgüterproduktion angibt. Dabei ist nun aber nicht die Einsatzmenge des ohnehin nicht beobachtbaren Faktors 'housing' von Interesse, sondern die damit indirekt beanspruchte Menge des Faktors Land. Ein solches Mass soll darüber Auskunft geben können, inwiefern der Standort eines Produzenten für die Zusammensetzung der Produktion von Wichtigkeit ist.

1) Vgl. Anhang A.4.

5.2.2 Die Bodenpreisfunktion im Produktionssektor

5.2.2.1 Allgemeine Formulierung

Umformen der Stückkostenfunktion der Herstellung des Gutes 'housing' aus Abschnitt 4.2.2 ergibt deren 'bid price'-Funktion (4.31) für den Faktor Land:

$$(5.11) \quad r(x) = r(x) \left(p_h(x), p_k \right),$$

mit dem Faktorpreis für Kapital (p_k) und dem Verkaufspreis des Gutes ($p_h(x)$) als erklärende Variablen.

Die Realisierung des räumlichen Gleichgewichts auch auf dem Konsumgütersektor ist dann möglich, wenn der 'housing'-Preis dem 'bid price' der Konsumgüthersteller (5.9) entspricht:

$$(5.12) \quad p_h(x) = p_h(x) \left(p_z, t(x), w \right).$$

Die Beziehungen (5.11) und (5.12) bestimmen zusammen also den Preis für den Faktor Land, den die Konsumgüthersteller im räumlichen Gleichgewicht zu bezahlen bereit sind:

$$(5.13) \quad r(x) = r(x) \left(p_z, t(x), w, p_k \right).$$

Damit ist der Preis des Bodens für jedes (x) bestimmt durch die für den Netto-Verkaufspreis verantwortlichen Grössen (p_z) und $t(x)$, sowie den Preisen der übrigen in das Konsumgut eingehenden Faktoren Arbeit (w) und Kapital (p_k). Bezüglich der Vorzeichen gelten die folgenden Restriktionen:

$$\frac{\partial r(x)}{\partial p_z} > 0, \quad \frac{\partial r(x)}{\partial t(x)}, \quad \frac{\partial r(x)}{\partial w} \quad \text{und} \quad \frac{\partial r(x)}{\partial p_k} < 0.$$

Zu dem Vorzeichen der Ableitung nach den Transportkosten ist zu bemerken, dass eine Erhöhung dieses Kostenfaktors an jeder Stelle (x) ($x \neq 0$) einer Reduktion des Netto-Verkaufserlöses gleichzusetzen ist, und dass dadurch das Wertgrenzprodukt der Faktoren vermindert wird. Als Folge davon wird von den Konsumgutherstellern ein tieferer Preis für Land geboten, weil sie andernfalls nicht mehr im Optimum produzieren würden¹⁾. Dieselbe Argumentation gilt für das Vorzeichen der Variablen 'Entfernung' (x): $\partial r(x)/\partial x < 0$.

5.2.2.2 Berücksichtigung der speziellen Produktionsfunktionen

Die besprochenen speziellen Funktionen der Produktion sollen auch zur Darstellung der städtischen Bodenpreisfunktion herangezogen werden. Das im vorangegangenen Abschnitt angegebene Vorgehen führt unter Verwendung der Beziehung (4.31) aus dem 'housing'-Sektor und (5.10) aus dem Produktionssektor zum relativ einfachen Ausdruck

$$(5.14) \quad r(x) = (p_z - tx)^{\frac{1}{b\alpha}} \cdot (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b\alpha}} \cdot r(\bar{x}) \quad , \quad 2)$$

mit $\partial r(x)/\partial \bar{x} > 0$, $\partial r(x)/\partial r(\bar{x}) > 0$.

1) Weil die anderen Faktorpreise fest vorgegeben sind, muss dort der Ausgleich über die Anpassung der Faktormengen erfolgen.

2) Wie in Fussnote 1) Seite 65 vermerkt, gilt $r(\bar{x})$ anstelle von $p_h(\bar{x})$ als bekannt. Der Zusammenhang liefert die Stückkostenfunktion (4.30):

$$p(\bar{x}) = \alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{-(1-\alpha)} \cdot r(\bar{x})^{\alpha} \cdot p_k^{(1-\alpha)} .$$

Anstelle von (5.10) könnte ebenso (5.9) herangezogen werden:

$$(5.14a) \quad r(x) = p_k^{-\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)} \cdot (p_z - tx)^{\frac{1}{b\alpha}} \cdot w^{-\frac{a}{b\alpha}} \cdot C_0 \quad ,$$

$$\text{mit } C_0 = \left[(1-\alpha)^{(1-\alpha)} \cdot b \cdot A(N)^{\frac{1}{b}} \cdot a^{\frac{a}{b}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} .$$

Aus dieser Beziehung lässt sich ohne weiteres (5.14) ableiten.

Der Bodenpreis an der Stelle (x) hängt demnach von den Transportkosten (tx), dem Radius des Produktionszentrums ($\bar{x}$), dem dort vorgegebenen Bodenpreis ($r(\bar{x})$), dem Verkaufspreis des Konsumgutes (p_z) und den Parametern der Produktionsfunktionen (b) und (α) für das Konsumgut resp. den Faktor 'housing' ab.

An dieser Stelle kann man der Frage nachgegangen werden, wie stark sich die 'bid-price'-Kurven der Konsumgutproduzenten - diejenige für den Faktor 'housing' und jene für den Faktor 'Land' - voneinander unterscheiden.

Eine eindeutige Aussage darüber, welcher der beiden Preise an einem bestimmten Standort der höhere ist, ist für den allgemeinen Fall nicht möglich. Hingegen kann für die diskutierten Fälle der speziellen Funktionstypen bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Entfernung folgendes festgehalten werden:

Die Ableitungen von (5.10) resp. (5.14) nach (x) ergeben:

$$\frac{\partial p_h(x)}{\partial x} = \frac{1}{b} \cdot \frac{p_h(x)}{(p_z - tx)} \cdot (-t)$$

und

$$\frac{\partial r(x)}{\partial x} = \frac{1}{b \cdot \alpha} \cdot \frac{r(x)}{(p_z - tx)} \cdot (-t) .$$

Daraus ergibt sich:

$$(5.15) \quad \frac{\frac{\partial r(x)}{\partial x}}{r(x)} = \frac{\frac{\partial p_h(x)}{\partial x}}{p_h(x)} \cdot \frac{1}{\alpha} .$$

Dieses Resultat erlaubt die interessante Aussage, dass eine relative Aenderung des 'housing'-Preises eine $1/\alpha$ - fache relative Aenderung des Bodenpreises bewirkt ($1/\alpha > 1$, da $\alpha < 1$). Dabei ist (α) unter den geltenden Modellannahmen der Anteil des

Faktoreinkommens 'Land' am gesamten Erlös der Produktion
($\alpha = r(x) \cdot l(x) / p_h(x) \cdot z(x)$)¹⁾.

5.2.3 Die Faktorsubstitution in der zweistufigen Produktion

Obwohl mit der Aussage über den Zusammenhang zwischen der Veränderung des Bodenpreises und der des 'housing'-Preises ein wichtiges Ergebnis des Modells für die Stadtstruktur gewonnen werden konnte, soll dennoch der Versuch unternommen werden, auch über die Veränderung der Produktionseigenschaften in Abhängigkeit der Entfernung zu einer Aussage zu gelangen. Zentral ist die Frage, welchen Anteil der Faktor 'Land' in der Konsumgüterherstellung ausmacht und wie dieser Einsatz vom Standort des Produzenten abhängig ist. In diesem Zusammenhang müssen zwei bisherige Ergebnisse herangezogen werden. In Abschnitt 4.2.2 wurde gezeigt, dass im Modell ein mit zunehmender Entfernung steigender Anteil des Faktors Land in der Produktion von 'housing' zu erwarten ist²⁾. Das zweite Resultat, das es zu berücksichtigen gilt, besagt, dass die zunehmende Entfernung in der Konsumgüterproduktion einen steigenden Anteil des Faktors 'housing' impliziert. Beide Ergebnisse zusammen ermöglichen die

-
- 1) Für den allgemeinen Fall ergibt sich dasselbe Resultat, wenn die Bedingung für das räumliche Gleichgewicht umgeformt wird:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 = h(x) \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} - l(x) \frac{\partial r(x)}{\partial x}$$

Multiplizieren beider Seiten mit $l(x)$ und umordnen führt zu

$$\frac{\frac{\partial r(x)}{\partial x}}{r(x)} = \frac{\frac{\partial p_h(x)}{\partial x}}{p_h(x)} \cdot \frac{r(x) \cdot l(x)}{p_h(x) \cdot h(x)}.$$

- 2) Vgl. Ausdruck (4.26) oder (4.32), Seite 51 resp. 53.

Feststellung, dass mit wachsender Entfernung die Konsumgüterproduktion einen relativ höheren Anteil Land aufweist.

Der Ausdruck für die Konsumgüterherstellung (5.5) kann unter Verwendung der Produktionsfunktion für 'housing' (4.27) geschrieben werden:

$$z(x) = A(N) \cdot n(x)^a \cdot \left[l(x)^{\alpha} \cdot k(x)^{(1-\alpha)} \right]^{(1-a)}.$$

Aus dieser zweistufigen Produktion lässt sich die Rate der technischen Substitution zwischen den zwei Faktoren Beschäftigung und Land ableiten:

$$(5.16) \quad RTS_{n,l} = \frac{z_l}{z_n} = \frac{\alpha \cdot (1-a)}{a} \cdot \frac{n(x)}{l(x)} = \frac{r(x)}{w},$$

wobei z_l und z_n die partiellen Ableitungen nach den Faktoren (l) und (n) bezeichnen. Für deren Abhängigkeit von (x) gilt:

$$\frac{\partial RTS_{n,l}}{\partial x} = w^{-1} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial x} < 0.$$

Aus (5.16) folgt, dass $n(x)/l(x)$ mit wachsender Entfernung kleiner wird, d.h. der Anteil von Land an der Produktion muss sich erhöhen.

Das Ergebnis ist nicht sehr beeindruckend und kann höchstens als eine Bestätigung der Erwartung aufgrund von Plausibilitätsüberlegungen gewertet werden. Eine Beurteilung der absoluten Veränderung des Faktoreinsatzes wäre erst dann denkbar, wenn z.B. angenommen werden könnte, die Beschäftigung sei für jedes (x) fest vorgegeben. Obwohl vorauszusetzen sein wird, dass die Gesamtbeschäftigung der Stadt bekannt ist, kann über diejenige an einem bestimmten Standort (x) momentan nichts gesagt werden.

6. Der Haushaltsektor

6.1 Einzelwirtschaftliche Darstellung des städtischen Haushaltsgleichgewichts

6.1.1 Problemstellung

Die Darstellung dieses Stadtsektors kann eher kurz gehalten werden, da in Abschnitt 2.2 die grundsätzlichen Ueberlegungen bereits diskutiert worden sind und zudem das formale Vorgehen sehr ähnlich ist wie das im Produktionssektor. Hier sollen darum nur nochmals kurz die wichtigsten Punkte hervorgehoben, und auf eventuelle Abweichungen von dort getroffenen Annahmen hingewiesen werden.

Eine Wirtschaftseinheit des städtischen Haushaltsektors wird durch einen Haushalt verkörpert der dem Produktionssektor eine Arbeitskraft zur Verfügung stellt und ein Haushaltseinkommen (y) empfängt. Im Gegensatz zur Annahme in Abschnitt 2.2 konsumiert der Haushalt nicht Land zur Befriedigung seines Wohn-Bedürfnisses, sondern er fragt - wie auch die Konsumguthersteller - das Gut 'housing' nach. Das ihm dann noch verbleibende Einkommen wird vollständig für die standortabhängigen Transportkosten und für den Konsum des Gutes (z) verwendet. Das räumliche Gleichgewicht ist wieder so definiert, dass sich der Haushalt in einer Situation befindet, in der er sein Nutzenniveau nicht mehr durch eine Standortveränderung erhöhen kann. Weil das Einkommen als vorgegeben betrachtet werden soll, der Konsumgüterpreis fest ist und wir von einem zu realisierendem Nutzenniveau des Haushalts ausgehen wollen¹⁾, muss die 'housing'-Preisfunktion wieder einen vom Haushalt vorzugebenden Verlauf aufweisen, um einen Gleichgewichtszustand zu ermöglichen. Somit wird auch aus dem Haushaltsektor eine 'bid price'-Funktion resultieren, deren Ei-

1) Diese unübliche Annahme wird in Abschnitt 7.2.2.2 diskutiert.

enschaften für die Landnutzung wieder von der gleichen Bedeutung sind wie die des Produktionssektors.

An dieser Stelle sind nun einige Ueberlegungen zur Aussagekraft eines so repräsentierten Haushaltsektors anzustellen.

Grundsätzlich impliziert das Modell einen 'trade-off' zwischen den Ausgaben des Haushalts für den Transport zwischen dem Wohnstandort und dem Stadtzentrum einerseits und den Wohnungskosten andererseits. Wenn die Preisfunktion für 'Wohnen' so verläuft, dass an jedem Standort der Stadt dasselbe Nutzenniveau realisierbar ist, so ist der Haushalt seinem Standort gegenüber indifferent. Dass eine solche Implikation nicht ganz den Beobachtungen und Erwartungen entspricht, dürfte unbestritten sein. Ebenso unbestritten ist auch die Einwendung, dass die im Modell unterstellte Homogenität des Haushaltsektors¹⁾ kaum erfüllt ist. Das Modell soll jedoch nicht an der Richtigkeit der Annahmen beurteilt werden, sondern an seinen Implikationen für die urbane Landnutzung. Welches sind nun die Erwartungen bezüglich der Art dieser Landnutzung im Haushaltsektor? Mit einiger Sicherheit dürfte darüber Einigkeit herrschen, dass mit einer mit der Entfernung fallenden Dichtefunktion der Bevölkerung zu rechnen ist. Konkret kann das heissen, dass an der Peripherie der Stadt Einfamilienhäuser auf grossen Grundstücken anzutreffen sind, während an zentraler Lage eher mit Mehrfamilienhäusern in dicht gedrängter Anordnung zu rechnen ist.

Das Ziel des Modells ist erreicht, wenn es gelingt, damit eine Landnutzungsstruktur dieser Art wiederzugeben. Weil das Modell zur Erklärung der Struktur der Landnutzung ausgelegt ist, vermag es auch damit im Zusammenhang stehende Fragen zu beantworten, während andere Fragen ausgeklammert werden müssen. Entscheidend ist lediglich, dass nicht die Beobachtungen die Modellaussagen

1) D.h. gleiche Präferenzen und gleiches Einkommen aller Haushalte.

wiederlegen können¹⁾.

6.1.2 Die 'bid price'-Kurve der Haushalte

Die Entscheidungssituation eines einzelnen städtischen Haushalts kann auf das folgende einfache Problem reduziert werden: der Haushalt wählt jene Menge des Konsumgutes (z), die Menge Wohnraum ('housing', $h(x)$) und den Standort (x), die seinen Nutzen ($u = u(h(x), z(x))$) maximieren. Dabei muss er die Budgetrestriktion $y = p_z z + p_h(x) h(x) + t(x)$ beachten.

Die Variablen haben folgende Bedeutung:

- y = jährliches Haushalteinkommen²⁾
- z, h = jährlich konsumierte Menge des Konsumgutes resp. von 'housing'
- p_z = Preis des Konsumgutes
- $p_h(x)$ = 'housing'-Preis
- $t(x)$ = jährliche, mit dem Standort (x) verbundene Transportausgaben = tx .

Vorausgesetzt, der Standort des Haushalts sei durch (x) schon fixiert, so hängt sein im Maximum realisierbarer Nutzen vom Nettoeinkommen ($y - tx$) und den Preisen für das Konsumgut und 'housing' ab. Diese Beziehung zwischen Nutzenniveau, Einkommen und Preisen

-
- 1) Wenn also beispielsweise ein reicher Haushalt es vorzieht am Rande der Stadt ein Einfamilienhaus zu bewohnen, weil es dort ruhiger ist und die Nachbarn derselben sozialen Schicht angehören, und daneben ein ärmerer Haushalt eine kleinere Stadtwohnung bewohnt und dabei u.U. noch neg. Externalitäten zu tragen hat, so muss das nicht heissen, dass das vorliegende Modell falsch ist. Sicher ist es nicht vollständig, aber es wird auch nicht durch die am Beispiel dargelegte Landnutzungsstruktur widerlegt.
 - 2) Das Haushalteinkommen ist nicht identisch mit dem Arbeitseinkommen (w), sondern ist als das nominelle Pro-Haushalt Einkommen der Gesamtproduktion der Stadt definiert.

ist in der indirekten Nutzenfunktion (V) festgehalten¹⁾:

$$u^* = u \left(z(x)^*, h(x)^* \right) = V \left(p_z, p_h(x), (y - tx) \right) ,$$

mit $z(x)^*$ und $h(x)^*$ als den nutzenmaximierenden Mengen in der Entfernung (x) (= Nachfragefunktionen).

Die Funktion (V) ist ebenso wie die Nutzenfunktion (u) homogen vom Grade Null in allen drei Argumenten, wobei das Vorzeichen der beiden ersten negativ, das des dritten positiv ist. Für den Haushaltsektor als Ganzes lassen sich daraus folgende Konsequenzen ziehen: da jeder Haushalt über dasselbe Einkommen verfügen kann, wählt entweder jeder Haushalt denselben Standort (x), oder sie wählen verschiedene Standorte, dann allerdings bedarf es einer Bodenpreisfunktion die allen Haushalten dasselbe Nutzenniveau ermöglicht. Wäre dies nicht der Fall, so würden alle schlechter gestellten Haushalte dorthin ziehen, wo sie das höhere Nutzenniveau erreichen können. Die Folge davon wäre ein Ansteigen des Preises $p_h(x)$ am bevorzugten Standort und ein Fallen am benachteiligten Standort, und zwar so lange bis alle Haushalte mit dem Einkommen (y) ihren Wohnort nicht mehr zu ändern wünschen.

Die Preisfunktion ($p_h(x)$) im Gleichgewicht - die 'bid price'-Funktion - muss also der Bedingung

$$(6.1) \quad V \left(p_z, p_h(x), (y - tx) \right) = \bar{V} = \text{konstant}$$

genügen.

1) Vgl. Solow (1973), S. 5.

Wenn als spezielle direkte Nutzenfunktion die Cobb-Douglas Funktion¹⁾

$$u = u(z(x), h(x)) = z(x)^\gamma \cdot h(x)^{(1-\gamma)}, \quad 0 < \gamma < 1$$

gilt, so kann daraus unter Anwendung der Nutzenmaximierungsregel und der Budgetrestriktion die indirekte Nutzenfunktion (V) abgeleitet werden.

Für die Nachfragefunktionen der beiden Güter gelten:

$$z(x) = (y - tx) \cdot p_z^{-1} \cdot \gamma$$

$$(6.2) \quad h(x) = (y - tx) \cdot p_h(x)^{-1} \cdot (1-\gamma) \quad .$$

Werden diese Funktionen für die maximalen Gütermengen am Standort (x) in die Nutzenfunktion (u) eingesetzt, so ergibt sich daraus die Funktion des Nutzenmaximums in Abhängigkeit der Güterpreise und des Einkommens. Die indirekte Nutzenfunktion lautet für den Spezialfall:

$$(6.3) \quad V = (y - tx) \cdot p_h(x)^{-(1-\gamma)} \cdot p_z^{-\gamma} \cdot C_1 \quad ,$$

$$\text{mit } C_1 = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{1}{1-\gamma}\right)^{-\gamma} \quad .$$

Das räumliche Gleichgewicht verlangt, dass überall im Haushaltsektor $V = \bar{V}$ gilt, d.h. es muss gelten $\partial V / \partial x = 0$. Somit ist jene Preisfunktion für 'housing' zu suchen, die folgende Bedingung erfüllt:

-
- 1) Die Verwendung einer Cobb-Douglas Funktion als spezielle Nutzenfunktion impliziert zwar sehr restriktive Annahmen, hat aber andererseits den grossen Vorteil, dass sie formal günstige Eigenschaften aufweist. Eine dieser restriktiven Annahmen besagt, dass die relative Veränderung der Güterkombination (unabhängig von den jeweiligen Gütermengen) gerade der relativen Veränderung des Preisverhältnisses der jeweiligen Güter entspricht.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 = \left[(-t) \cdot p_h(x)^{-(1-\gamma)} + (y-tx) \cdot (-(1-\gamma)) \cdot p_h(x)^{-(1-\gamma)-1} \cdot \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} \right] \cdot p_z^{-\gamma} \cdot c_1,$$

woraus die Differentialgleichung

$$(6.4) \quad \frac{\frac{\partial p_h(x)}{\partial x}}{p_h(x)} = (-t) \cdot \left((1-\gamma) \cdot (y-tx) \right)^{-1}$$

resultiert.

Die Beziehung (6.4) bestätigt bereits unsere Erwartung, dass die 'housing'-Preisfunktion mit grösser werdender Entfernung fallen muss. Damit verändert sich auch gleichzeitig das Faktorpreisverhältnis und bewirkt in der Folge eine Substitution im Güterkonsum. Auf diese Substitution wird später noch eingegangen.

Die relative Änderung von $p_h(x)$ in (6.4) ist auch als die logarithmische Ableitung von $p_h(x)$ an der Stelle (x) darstellbar:

$$\frac{\frac{\partial p_h(x)}{\partial x}}{p_h(x)} = \frac{d}{dx} \ln p_h(x) = (-t) \cdot \left((1-\gamma) (y-tx) \right)^{-1}.$$

Daraus ist $p_h(x)$ durch integrieren ohne Schwierigkeiten bis auf die Integrationskonstante zu bestimmen:

$$(6.5) \quad p_h(x) = (y - tx)^{\frac{1}{1-\gamma}} + C \quad 1)$$

Damit ist zwar der Verlauf von $p_h(x)$ festgelegt, die Lage im

1) Die Herleitung ist im Anhang A2.1 angegeben.

$p_h(x)$ - x -Diagramm ist hingegen noch unbestimmt. Weil der Bodenpreis an der Stadtgrenze ($\bar{x}$) aber bekannt ist, folgt daraus¹⁾:

$$(6.6) \quad p_h(x) = (y - tx)^{\frac{1}{1-\gamma}} \cdot (y - t\bar{x})^{-\frac{1}{1-\gamma}} \cdot p_h(\bar{x}) .$$

Der 'housing'-Preis, der allen städtischen Haushalten, unabhängig von ihrem Standort, gleiches Nutzenniveau ermöglicht, ist vom Nettoeinkommen der Haushalte, von der Stadtgrösse ($\bar{x}$) und dem 'housing'-Preis an der Stadtgrenze abhängig.

Dass dieser 'bid price' aber auch in Abhängigkeit des exogenen Nutzenniveaus ($\bar{v}$) darstellbar ist, wird aus der Beziehung (6.3) sofort deutlich. Die alternative Darstellung der 'bid price'-Funktion lautet folgendermassen²⁾:

$$(6.7) \quad p_h(x) = (y - tx)^{\frac{1}{1-\gamma}} \cdot \bar{v}^{-\frac{1}{1-\gamma}} \cdot p_z^{-\frac{\gamma}{1-\gamma}} \cdot c_1 .$$

Ein Vergleich des vorliegenden Ergebnisses in der Form von (6.6) mit der Preisfunktion für das Gut 'housing' der Konsumgüterproduzenten (5.10) lässt kaum einen Unterschied erkennen. Dies kann deshalb nicht überraschen, weil in den beiden Sektoren mit demselben Funktionstyp argumentiert worden ist.

6.1.3 Die Standortabhängigkeit der Gütersubstitution

Der Umstand, dass mit der Variation des Standortes eines Haushalts einerseits eine Änderung des verfügbaren Einkommens, und andererseits eine Änderung der relativen Güterpreise verbunden

1) Der Zusammenhang zwischen Bodenpreis und housing-Preis ist in Fussnote 2) Seite 68 angegeben.

2) Die beiden Ausdrücke (6.6) und (6.7) können nicht gleichzeitig erfüllt sein. Entweder ist $\bar{v}$ oder $p_h(\bar{x})$ vorgegeben (Vgl. Abschnitt 7.2.2).

ist, ist für die Zusammensetzung des Güterkorbes des städtischen Haushalts von vorrangiger Bedeutung. Im Hinblick auf die Veränderung der Landnutzung im Anschluss an die, die durch die Preisvariation induzierte Gütersubstitution, soll diese noch etwas eingehender dargestellt werden.

Ohne eine formale Darlegung der Zusammenhänge zwischen Einkommen, relativen Güterpreisen und nachgefragten Gütermengen ist es möglich, eine eindeutige Aussage über die Auswirkungen einer Standortverschiebung zu machen.

Angenommen, es findet eine Standortverschiebung nach aussen statt, so ist die unmittelbare Folge eine Reduktion des verfügbaren Einkommens, verursacht durch die höheren Transportausgaben. Die 'housing'-Preisfunktion wurde aber unter der Bedingung eines konstanten Nutzenniveaus abgeleitet, so dass mit dem Fallen der Preisfunktion wieder eine Erhöhung des Realinkommens verbunden ist. Auf diese Art werden die höheren Ausgaben für den Transport kompensiert. Inzwischen hat sich aber bei gleichem Nutzenniveau eine Veränderung der Güterpreisrelation ergeben. Damit verbunden ist eine Mehrnachfrage der Haushalte nach 'housing' und eine reduzierte Nachfrage nach dem Konsumgut (z).

Für die Bestimmung der Bevölkerungsdichte als Funktion der Entfernung vom Stadtzentrum ist dieser Umstand zentral, und deshalb soll durch die formale Darstellung der Nachfrage der Haushalte nach Wohnraum eine Bestätigung dieses Zusammenhanges erbracht werden.

Zur Bestimmung der Veränderung der Wohnraumnachfrage der Haushalte in Abhängigkeit von (x), ist die 'bid price'-Funktion (6.5) in die Nachfragegleichung (6.2) einzusetzen. Die partielle

Ableitung davon nach (x) ergibt¹⁾:

$$(6.8) \quad \frac{\partial h(x)}{\partial x} = t \cdot \gamma \cdot p_h(x)^{-1} .$$

Die 'bid price'-Funktion in diesem Ausdruck ist dafür verantwortlich, dass die Veränderung der Nachfrage eine Potenzfunktion der Entfernung ist, wobei die früher gemachte Aussage über das Vorzeichen der Ableitung tatsächlich bestätigt wird.

Weil aber in erster Linie die Landnutzung des Haushaltsektors interessiert, soll nun das Ergebnis auf die Bodennachfrage übertragen werden.

6.2 Haushaltsgleichgewicht und Landnutzung

6.2.1 Die Bodenpreisfunktion im Haushaltsgleichgewicht

6.2.1.1 Allgemeine Herleitung

Das Vorgehen zur Herleitung der Bodenpreisfunktion, die Gleichgewicht im Haushaltsektor und im 'housing'-Sektor gleichzeitig sicherstellt, ist identisch mit demjenigen aus Abschnitt 5.2.2.1 . Wieder ist in der Stückkostenfunktion der 'housing'-Hersteller

$$(5.11) \quad r(x) = r(x) \left(p_h(x), p_k \right)$$

der Verkaufspreis $p_h(x)$ durch die 'bid price'-Funktion der Haushalte (6.7) zu ersetzen:

1) Vgl. Anhang A2.2 .

$$(6.9) \quad r(x) = r(x) \left((y-tx), \bar{v}, p_k, p_z \right),$$

oder unter Verwendung von (6.6):

$$(6.10) \quad r(x) = r(x) \left((y-tx), \bar{x}, r(\bar{x}) \right).$$

Von der jeweiligen Fragestellung hängt es ab, welche der beiden Beziehungen (6.9) und (6.10) für die Diskussion des Modells herangezogen wird.

6.2.1.2 Berücksichtigung der speziellen Produktions- und Nutzenfunktionen

Die spezielle Bodenpreisfunktion im Haushaltsektor resultiert aus den zwei bekannten Beziehungen (4.31) und (6.6), die als 'bid price'-Funktionen der 'housing'-Hersteller für Boden resp. der Haushalte für das Gut 'housing' vorgestellt wurden. Demnach ergibt sich für den Preis, den die Haushalte für Boden zu bezahlen bereit sind:

$$(6.11) \quad r(x) = (y - tx)^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot (y - t\bar{x})^{-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot r(\bar{x}) \quad 1)$$

An einem Standort (x) ist der Bodenpreis vom Nettoeinkommen $(\partial r(x)/\partial (y-tx) > 0)$, der Stadtgrösse $(\partial r(x)/\partial \bar{x} > 0)$ und dem Bodenpreis an der Stadtgrenze $(\partial r(x)/\partial r(\bar{x}) > 0)$ abhängig.

Ist davon auszugehen, dass das Nutzenniveau (V) exogen ist, muss anstelle von (6.6) der Ausdruck (6.7) für die 'bid price'-Funktion der Haushalte eingesetzt werden:

$$(6.12) \quad r(x) = (y - tx)^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot \bar{v}^{-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot p_k^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot p_z^{-\frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot C_2,$$

1) Zwischen den zwei Preisen $r(\bar{x})$ und $p_h(\bar{x})$ besteht die im Ausdruck (4.30) festgehaltene Beziehung.

$$\text{mit } C_2 = C_1^{\frac{1}{\alpha}} \cdot (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \alpha$$

Aus der Analogie des hier behandelten Haushaltsektors zu dem in Abschnitt 5.2.2.2 diskutierten Produktionssektor folgt unmittelbar die Gültigkeit der Beziehung (5.15) auch für den Haushaltsektor. Diese besagt, dass eine relative Aenderung des 'housing'-Preises zu einer mehrfachen relativen Aenderung des Bodenpreises führt. Dabei ist dieses Mehrfache durch die Produktionsfunktion des 'housing'-Sektors bestimmt. Dass in den zwei Stadtsektoren 'Haushalte' und 'Produktion' derselbe Zusammenhang zwischen den beiden Preisen bestehen muss beruht darauf, dass die Transformation der Nachfrage nach 'housing' in eine solche nach Land in beiden Fällen auf dieselbe Weise erfolgt.

6.2.2 Haushaltgleichgewicht und Landnachfrage

In Abschnitt 4.2.1 wurde hervorgehoben, dass es ein Ziel dieser Arbeit sein soll, empirisch überprüfbare Implikationen des Modells anzugeben. Wir sind nun in der Lage, ein weiteres Ergebnis dieser Art zu bestimmen. Grundlage dafür bietet die 'housing'-Nachfrage der Haushalte, welche sich durch Berücksichtigung der Eigenschaften der Produktion des Gutes 'housing' in eine Landnachfrage überführen lässt. Diese Funktion der Landnachfrage ist darum für das Modell von Bedeutung, weil deren reziproke Darstellung die einfach zu beobachtende Dichtefunktion der Bevölkerung in Abhängigkeit der Entfernung ergibt¹⁾. Die Herleitung einer ähnlichen Relation war für den Produktionssektor deshalb nicht möglich, weil die absolute Faktornachfrage

1) Es sei $l(x)$ die Landnachfrage der Haushalte. Die Funktion $1/l(x)$ ist die zu bestimmende Dichtefunktion.

an einem bestimmten Standort innerhalb der Stadt nicht festgelegt werden konnte. Die Angabe musste sich auf relative Faktormengen und deren Veränderung mit (x) beschränken.

Die Dichtefunktion und deren Abhängigkeit von (x) wird folgendermassen bestimmt: die 'housing'-Nachfrage der Haushalte

$$h(x) = h(x) \left((y - tx), p_h(x) \right)$$

ist in die Landnachfragefunktion der 'housing'-Produzenten

$$l(x) = l(x) \left(p_h(x), h(x), r(x) \right)$$

einzusetzen, wobei für $r(x)$ die 'bid price'-Funktion (6.9) resp. (6.10) zu berücksichtigen ist. Demnach ergeben sich für die zwei alternativen Landnachfragefunktionen der Haushalte:

$$(6.13) \quad l(x) = l(x) \left((y - tx), \bar{v}, p_k, p_z \right)$$

und

$$(6.14) \quad l(x) = l(x) \left((y - tx), \bar{x}, r(\bar{x}) \right) .$$

Zu den Vorzeichen der Argumente der zwei Funktionen sind an dieser Stelle einige Bemerkungen erforderlich.

$(y - tx)$: Die Reaktion der Landnachfrage auf eine Erhöhung des verfügbaren Einkommens ist davon abhängig, von welcher der zwei Funktionen ausgegangen wird resp. welche Modell-Variablen als exogen bezeichnet werden. Falls $(\bar{x})$ und $r(\bar{x})$ Exogene sind, wird eine Verbesserung des Einkommens eine Mehrnachfrage nach Land und damit unmittelbar verbunden eine Erhöhung des Nutzenniveaus der Haushalte bewirken.

Falls aber von der Funktion (6.13) ausgegangen wird, kann die c.p.-Annahme nur dann erfüllt werden, wenn

sich die Bodenpreisfunktion nach oben verschiebt und so zu einer Reduktion der beanspruchten Menge Land führt. Die Verbesserung des Haushalteinkommens hat lediglich eine Erhöhung der Bodenrente zur Folge, ohne dass die Nutzensituation der Haushalte verbessert wird.

$\bar{V}$: Das Vorzeichen dieses Arguments ist eindeutig. Zur Erreichung eines höheren Nutzenniveaus bei gegebenem Einkommen muss der 'housing'-Preis fallen um einen höheren Verbrauch herbeizuführen. Weil zwischen dem Preis ($p_h(x)$) und dem Bodenpreis ein positiver Zusammenhang vorliegt, sinkt der letztere ebenfalls und führt zu einer Mehrnachfrage nach Land:
 $\partial l(x) / \partial \bar{V} > 0$.¹⁾

Die übrigen Argumente bieten keine besonderen Schwierigkeiten mehr. Da $\partial r(x) / \partial r(\bar{x}) > 0$ und $\partial r(x) / \partial \bar{x} > 0$, ist mit einer Vergrößerung der Stadt ($\partial \bar{x}$) und der Preiserhöhung ($\partial r(\bar{x})$) ein Zurückgehen der Landnachfrage verbunden.

Für die Herleitung der speziellen Landnachfragefunktion wird in der eben beschriebenen Art vorgegangen. Dann ergeben sich für den Fall der 'bid price'-Funktion (6.12):

$$(6.15) \quad l(x) = (y - tx)^{1-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot \bar{V}^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot p_k^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot p_z^{\frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot C_3,$$

mit $C_3 = C_2^{-1} \cdot (1-\gamma)$,

und für den Fall der 'bid price'-Funktion (6.11):

1) Die unkonventionelle Annahme einer exogenen Nutzenvorgabe wird in Abschnitt 7.2.2.2 diskutiert.

$$(6.16) \quad l(x) = (y - tx)^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot (y - t\bar{x})^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot r(\bar{x}) \cdot C_4 ,$$

mit $C_4 = \alpha \cdot [1-\gamma]$.

Anhand dieser speziellen Funktion (6.16) für die Landnachfrage der Haushalte (bei exogenem Nutzenniveau) lässt sich die geäusserte Vorzeichenerwartung bestätigen. Für das Nettoeinkommen resultiert tatsächlich ein negatives Vorzeichen, denn der Ausdruck

$$1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \text{ ist negativ, da } \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \text{ grösser eins ist.}$$

Ferner gilt für die Standortabhängigkeit dieser Nachfrage:

$$(6.17) \quad \frac{\partial l(x)}{\partial x} = \left(1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)}\right) \cdot (y - tx)^{-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot v \cdot \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} \cdot p_z^{\frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot p_k^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot C_3 \cdot (-t) ,$$

voraus folgt: $\partial l(x)/\partial x > 0$.

Die positive Veränderung der Landnachfrage der Haushalte in der Folge einer Standortverschiebung nach aussen ($\partial x > 0$) ist nicht konstant, sondern steht in einer Beziehung zum ebenfalls standortabhängigen Nettoeinkommen und zwar in Form einer Potenzfunktion. Ein analoges Resultat ergab sich für die Veränderung der 'housing'-Nachfrage in Verbindung mit einer Standortverschiebung.

Die Gegenüberstellung der beiden Ergebnisse (6.17) und (6.8) lässt die Ähnlichkeit deutlich werden:

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} = z_1 \cdot (y - tx) - \frac{1}{1-\gamma}$$

$$\frac{\partial l(x)}{\partial x} = z_2 \cdot (y - tx) - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)},$$

mit z_1 und z_2 als Konstanten.

Die partiellen Ableitungen unterscheiden sich einmal durch die verschiedenen Konstanten als Faktoren und dann durch ihre Potenzausdrücke. Solange über die Faktoren z_1 und z_2 keine genaueren Angaben gemacht werden können, lässt dieser Vergleich keine weiteren Schlüsse zu. Wird jedoch der Quotient der zweiten Ableitungen der Nachfragefunktionen nach (x) gebildet, so resultiert die folgende Beziehung¹⁾:

$$(6.18) \quad \frac{\frac{\partial^2 l(x)}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 h(x)}{\partial x^2}} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\frac{\partial l(x)}{\partial x}}{\frac{\partial h(x)}{\partial x}} = \frac{p_h(x)}{r(x)} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)}}{1 - \frac{1}{(1-\gamma)}}.$$

Anhand der Beziehung (6.18) sind zwei Fälle zu diskutieren. Wenn $p_h(x) > r(x)$ ist, so folgt wegen

$$1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)} > 1 - \frac{1}{(1-\gamma)},$$

dass die Steigung der 'housing'-Nachfrage weniger rasch fällt als diejenige der Landnachfrage der Haushalte. Umgekehrt formuliert bedeutet dies, dass mit zunehmender Zentralität die Nachfrage nach 'housing' schneller abfällt als die nach Land. Dieses Ergebnis mutet merkwürdig an, wurde oben doch auch festgestellt (5.15), dass die relative Preisänderung von Land ein

1) Vgl. Anhang A2.3

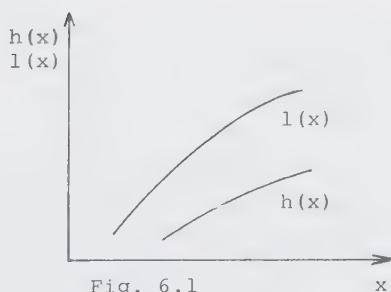
Mehrfaches derjenigen von 'housing' ist.

Der Ausdruck (6.18) kann aber nur kleiner eins werden, falls gilt:

$$r(x) \geq \frac{\gamma \alpha}{1 - \alpha(1 - \gamma)} \cdot p_h(x) .$$

Nur wenn diese Bedingung erfüllt ist steigt die Nachfrage der Haushalte mit zunehmender Zentralität nach 'housing' stärker als diejenige nach Land (Vgl. Fig. 6.1), was unseren Modell-
erwartungen entsprechen würde.

Gegenüberstellung der Land-
und 'housing'-Nachfrage



Mit der Landnachfragefunktion (6.16) und deren partiellen Ableitung (6.17) ist definitionsgemäss auch die Funktion der Bevölkerungsdichte ($d(x)$) bekannt:

$$(6.19) \quad d(x) = l(x)^{-1} = z_4 \cdot (y - tx)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad 1)$$

1) z_4 ist eine Konstante, die direkt aus (6.16) folgt.

Da die Potenz des (standortabhängigen) Nettoeinkommens positiv ist, gilt wegen (6.17)

$$\frac{\partial d(x)}{\partial x} < 0, \text{ und } \frac{\partial^2 d(x)}{\partial x^2} > 0.$$

Die Bevölkerungsdichte fällt mit zunehmender Entfernung vom Stadtzentrum, wobei die Abnahme immer geringer wird. Ausschlaggebend für diese Veränderung sind die Präferenzordnung der Haushalte einerseits und die Produktionseigenschaften der 'housing'-Herstellung andererseits. Die Dichtefunktion der städtischen Wohnbevölkerung ist darum von Bedeutung, weil die Bevölkerungsdichte eine Grösse ist, die relativ einfach empirisch zu erfassen ist, und deshalb zur Beurteilung der Brauchbarkeit des Modellansatzes herangezogen werden kann.

6.3 Zusammenfassung Teil I und Ausblick

Der erste Teil der Arbeit war der Darstellung der drei Stadtsektoren auf einzelwirtschaftlicher Ebene gewidmet. Das Ziel bestand darin, die Bedingungen für ein räumliches Gleichgewicht des einzelnen Haushalts und der einzelnen Produktionseinheit zu bestimmen. Dabei stand das von Alonso in der Literatur eingeführte Konzept des 'bid prices' im Vordergrund. Dieses stellt einen Zusammenhang her zwischen dem Preis, den die Wirtschaftssubjekte für den Faktor Land resp. das Gut 'housing' zu bezahlen bereit sind und den übrigen, prä determinierten Preisen, sowie den Transportkosten. Der so festgelegte Preis ist damit abhängig von der Entfernung vom Stadtzentrum und bewirkt die Indifferenz der Wirtschaftssubjekte gegenüber dem Standort.

Im Hinblick auf die zentrale Fragestellung des Modells - die Landnutzung im städtischen Gebiet - sind diese Gleichgewichts-

Preisfunktionen insofern von Bedeutung, als dass deren Verlauf für die Substitution von Gütern im Haushaltsektor und von Faktoren in den Produktionssektoren verantwortlich sind. Weil in allen Fällen die durch die Standortverschiebung bedingte Substitution letzten Endes zu einer Veränderung der Landnachfrage der Wirtschaftseinheiten führt, spielen die Eigenschaften der Preisfunktionen für die Intensität der Landnutzung durch die städtischen Aktivitäten eine wichtige Rolle. So konnte gezeigt werden, dass die Konsumgüterproduktion mit zunehmender Entfernung vom Stadtzentrum landintensiver wird, d.h. dass der Produktionsfaktor Arbeit vermehrt durch den billiger werdenden Faktor 'housing' ersetzt wird. Ein analoges Resultat konnte für den Haushaltsektor abgeleitet werden: mit wachsender Entfernung vom Stadtzentrum wird gegenüber den zentral gelegenen Standorten von den Haushalten absolut mehr Land für Wohnzwecke beansprucht.

Ein unmittelbar daraus abzuleitendes Resultat lässt sich empirisch einfacher überprüfen: die Bevölkerungsdichte kann durch eine mit der Entfernung fallende Funktion wiedergegeben werden. Als weitere Implikation des Modells konnte eine durch die Produktionsvoraussetzungen bestimmte Relation zwischen den Preisen für Boden und für das Gut 'housing' hergeleitet werden. Weil der Bodenpreis weniger gut beobachtet werden kann als der Preis für Wohnungen (resp. für 'housing') ist damit ein für die Modellbeurteilung wichtiges Resultat gewonnen.

Dieser nun abgeschlossene Teil der Arbeit hat mit Hilfe eines sehr einfachen Erklärungsmodells bereits einige wertvolle Ergebnisse erbracht und dabei Aufschluss über die Art der Landnutzung im städtischen Gebiet gegeben.

Es sind aber noch immer Fragen offen, deren Beantwortung nicht mehr anhand der einzelwirtschaftlichen Betrachtung erfolgen kann, sondern ein aggregiertes Modell der Stadt erfordert. Dabei sei an die einleitend gemachte Feststellung erinnert, die auf

die Entwicklung der Grossstadt-Agglomerationen in der Nachkriegszeit aufmerksam machte. Im Vordergrund stehen demnach Fragen die sich - modelltheoretisch verstanden - aus der Verbindung der städtischen Sektoren ergeben. Damit ist der Zusammenhang zwischen der Bevölkerung einer Stadt, deren räumlichen Ausdehnung und damit der Bevölkerungsdichte, und mit der Gesamtproduktion (= Einkommen) angesprochen.

Diese Art der Fragestellung bedingt, dass die bisher als voneinander losgelöst betrachteten Sektoren der Haushalte und der Produktion miteinander verknüpft werden. Dies geschieht auf der einen Seite über das Arbeitsangebot der Haushalte, und auf der anderen Seite über deren Einkommen, das sich aus der städtischen Gesamtproduktion ergibt. Die komparativ-statische Analyse dieses aggregierten Modells wird die Beantwortung einiger Fragen erlauben, die mit der Veränderung der städtischen Landnutzung zusammenhängen.

T E I L I I

7. Ein aggregiertes Modell zur Beschreibung der städtischen Landnutzung durch die Produktion

7.1 Problemskizze

In den nun folgenden Abschnitten wird es darum gehen, das städtische Gesamtmodell, bestehend aus den drei bereits bekannten Sektoren 'Konsumgutproduktion', 'housing' und 'Wohnen' zu formulieren und seine Eigenschaften zu diskutieren.

Zur Erinnerung seien die Voraussetzungen und der Erklärungsgegenstand des Modells hier nochmals kurz dargelegt.

Das Stadtmodell beruht auf den fundamentalen Annahmen, dass im räumlich fixierten, kreisförmigen Stadtzentrum (Radius $\bar{x}$) zwei städtische Aktivitäten entwickelt werden, nämlich Konsumgutproduktion und die Herstellung von 'housing', und dass im ebenfalls vorgegebenen, das Produktionszentrum umschliessenden konzentrischen Ring (äusserer Radius $\bar{\bar{x}}$) ebenfalls zwei Aktivitäten angesiedelt sind, nämlich wiederum 'housing' und 'Wohnen' der städtischen Haushalte.

Die vorangegangenen Abschnitte sollten gezeigt haben, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit die vollkommen homogenen Sektoren trotz der Existenz von Transportkosten den Zustand eines räumlichen Gleichgewichts erreichen können. Die zentrale Rolle kommt in diesem Zusammenhang dem Konzept der 'bid price'-Funktion zu.

Den Charakter eines Gesamtmodells gewinnt dieser bislang als Partialmodell diskutierte Ansatz dadurch, dass die Zahl der Beschäftigten durch den Haushaltsektor, und das Haushalteinkommen durch den Sektor der Konsumgutproduktion bestimmt werden. Die gegenseitige Abhängigkeit von 'Wohnen' und 'Produktion' bietet die Möglichkeit, das Landnutzungsmodell der Stadt beispielsweise

auch in den Rahmen eines Regionalmodells zu stellen, und die interdependenten Grössen Haushalteinkommen, Stadtgrösse und individuelles Nutzenniveau der Haushalte als erklärende Variable in einen migrationstheoretischen Ansatz einzubringen. Deshalb werden die komparativ-statischen Eigenschaften des Modells kurz mit den Implikationen einer einfachen Migrationstheorie verglichen.

7.2 Modellübersicht

7.2.1 Formale Darstellung des Gesamtmodells

Das Gesamtmodell lässt sich relativ einfach mit Hilfe weniger allgemeinen Funktionen vollständig beschreiben. Wenn diese zusammenfassende Uebersicht an dieser Stelle vorweggenommen wird, so deshalb, weil damit der übergeordnete Rahmen für die Herleitung der einzelnen aggregierten Sektoren geschaffen werden soll.

In Abschnitt 3.3.3¹⁾ ist der Ablauf der Modellentwicklung bereits umrissen worden. Wenn der momentane Stand der Arbeit in dieser Ablaufskizze lokalisiert werden soll, so kann die erste Stufe als abgeschlossen betrachtet werden, d.h. die einzelwirtschaftlichen Partialmodelle sind nun vollständig und die Bedingungen für die räumlichen Gleichgewichte bekannt.

Das aggregierte Partialmodell der Produktion wird als ein wichtiges Ergebnis das Haushalteinkommen liefern, das in der nächsten Modellstufe als eine endogene Grösse im Haushaltsektor auftritt.

Die Beziehung für die Bestimmung der effizienten Faktoreinsatzrelation in der Konsumgüterherstellung in Abhängigkeit der Ent-

1) Vgl. Seite 27.

fernung vom Zentrum, ergibt durch Integration (über (x)):

$$(7.1) \quad \frac{N}{L} = \frac{N}{L} \left(A(N), \bar{x}, t, p_z, w, p_k \right)^{1)},$$

eine Beziehung für die aggregierte Faktoreinsatzrelation der städtischen Gesamtproduktion. Da die Zahl der Beschäftigten (N) (für das Partialmodell) eine exogene Variable darstellt, ist aufgrund von (7.1) der Landbedarf der Produktion bekannt. Für den Moment sei unterstellt, dass dieser auch gedeckt werden kann. Somit sind die städtische Gesamtproduktion (Z) und das Haushalteinkommen (y) ebenfalls festgelegt:

$$(7.2) \quad y = \frac{Z}{N} \left(A(N), t, \bar{x}, w, p_k, p_z \right).$$

Unabhängig vom Modell der Produktion (d.h. das Einkommen wird somit noch als nicht im Modell erklärte Grösse aufgefasst) lässt sich das aggregierte Partialmodell 'Wohnen' aus dem einzelwirtschaftlichen Modell herleiten.

Die Dichtefunktion im Zustand des räumlichen Gleichgewichts stellt die Anzahl Haushalte je Flächeneinheit in jeder Entfernung (x) als eine Funktion der Modellexogenen dar. Zusammen mit der verfügbaren Landfläche führt diese zur 'Gleichgewichts-Stadtbevölkerung':

$$(7.3a) \quad N = N \left(p_k, p_z, t, y, \bar{v}, \bar{x}, \bar{\bar{x}} \right),$$

oder

$$(7.3b) \quad N = N \left(y, t, r(\bar{x}), \bar{x}, \bar{\bar{x}} \right).$$

1) Für $r(x)$ in der Beziehung (5.16) ist der Ausdruck (5.14a), Fussnote 2, Seite 68 eingesetzt worden.

Die Beziehungen (7.2) und (7.3) stellen zwei wichtige Zwischenergebnisse auf dem Weg zur Konstruktion des interdependenten Gesamtmodells dar.

Der Ausdruck in (7.2) beschreibt das Haushalteinkommen in Abhängigkeit der als bekannt vorausgesetzten Variablen Skalparameter ($A(N)$), Transportkosten (t), Grösse des Produktionszentrums ($\bar{x}$), Lohnsatz (w), Kapitalpreis (p_k) und des Güterverkaufspreises (p_z), während die Beziehung (7.3) die Zahl der Haushalte im städtischen Wohngebiet festlegt, wobei die Erklärenden u.a. das Einkommen (y), die beiden Radien ($\bar{x}$) und ($\bar{\bar{x}}$) und das Nutzenniveau resp. den Bodenpreis an einer Grenze des Wohngebiets umfassen¹⁾.

Auf der Stufe des aggregierten und interdependenten Gesamtmodells wird davon ausgegangen, dass das Einkommen der Haushalte im Produktionssektor bestimmt wird, dass somit in (7.3) die Variable (y) nicht mehr als exogen aufgefasst wird, sondern zu einer Endogenen des Gesamtmodells wird.

Dieses lässt sich folgendermassen beschreiben²⁾:

$$(7.2) \quad y = y \left(A(N), \bar{x}, t, w, p_k, p_z \right) \quad \text{Haushalteinkommen}$$

$$(7.4) \quad r(\bar{x}) = r(\bar{x}) \left(A(N), \bar{x}, t, w, p_k, p_z \right) \quad \text{Bodenpreis}$$

$$(7.3b) \quad N = N \left(r(\bar{x}), y, t, \bar{x}, \bar{\bar{x}} \right) \quad \text{Gesamtbevölkerung}$$

$$(7.5) \quad V = V \left(r(\bar{x}), y, t, \bar{x}, p_k, p_z \right) \quad \text{Nutzenniveau}$$

$$(7.6) \quad L = L \left(N, A(N), \bar{x}, t, p_k, p_z, w \right) \quad \text{Landnachfrage der Produktion}$$

1) Auf diesen letzten Punkt wird im nächsten Abschnitt nochmals ausführlich zurückgekommen.

2) Die Liste der Variablen ist im Anhang, Seite 160 angegeben.

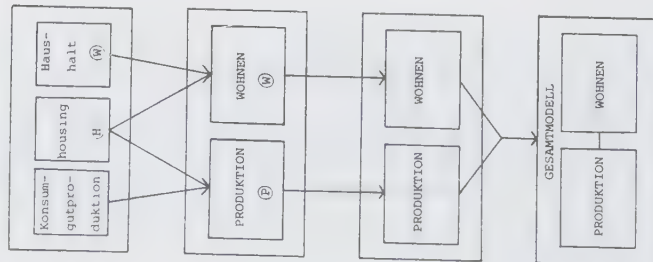
Das Gesamtmodell der städtischen Landnutzung ist durch die fünf Gleichungen des Systems (7.2) bis (7.6) vollständig beschrieben¹⁾, wobei eine genauere Betrachtung sofort deutlich werden lässt, dass es sich tatsächlich um ein rekursives System handelt. In den zwei ersten Beziehungen treten auf der rechten Seite nur exogene Größen auf, dann erscheinen in den zwei nächsten Beziehungen (7.3b, 7.5) nur exogene und vorherbestimmte (y , $r(\bar{x})$) Variablen. Das gleiche gilt für die letzte Gleichung (7.6).

Wenn bezüglich der Exogenität der Modellvariablen andere Annahmen getroffen werden²⁾, kann dies dazu führen, dass das Gesamtmodell nicht mehr rekursiv sondern simultan gelöst werden muss. Dies bewirkt zwar eine Komplizierung der Lösung, wirft jedoch keine grundsätzlich neue Probleme auf.

1) Das Modell ist insofern vollständig, als dass die fünf zentralen Variablen des Modells durch auflösen dieses Gleichungssystems bestimmt werden können. Das Modell ist aber insofern nicht vollständig, als dass nicht alle möglichen Modellaussagen direkt aus diesen fünf Gleichungen abgeleitet werden können. Die Lösung dieses 5-Gleichungssystems ist allerdings Voraussetzung zur Bestimmung weiterer Ergebnisse.

2) Vgl. Abschnitt 7.2.2.3 .

Zusammenfassende Modellübersicht:



Charakterisierung der Modellstufe	Exogene der betr. Modellstufe 1)	Endogene der betr. Modellstufe 1)	Kommentar
Einzelwirtschaftliche Partialanalyse (Kapitel 4 - 6)	$\underline{P}$: $A(N), t, \bar{x}, w, p_z$ 2) $\underline{H}$: $p_h(x), p_k$ $\underline{W}$: a) $y, t, \bar{v}, \bar{x}$ b) $y, t, \bar{x}, p_h(\bar{x})$	$p_h(x)$ $r(x)$ $p_h(x)$ $v, p_h(x)$	Herleiten von Gleichgewichtsbedingungen für die einzelnen Sektoren.
Einzelwirtschaftliche Partialmodelle (Kapitel 5 - 6)	$\underline{P}$: $A(N), t, \bar{x}, w, p_k, p_z$ $\underline{W}$: a) $y, t, \bar{x}, \bar{v}, p_k$ b) $y, t, \bar{x}, r(x)$	$r(x)$ $r(x)$ $r(x), v$	Herleiten der Gleichgewichtsbedingungen für die Partialmodelle.
Aggregierte Partialmodelle (Kapitel 7 - 8)	$\underline{P}$: $A(N), t, \bar{x}, p_k, p_z$ $\underline{W}$: a) $y, p_k, \bar{v}, t, \bar{x}, \bar{x}, p_z$ b) $r(x), y, t, \bar{x}, \bar{x}$	$y = \frac{z}{N}, r(x)$ $N, r(x)$ $N, r(x), v$	Bestimmung des Haushalteinkommens und der Gesamtbevölkerung in den Partialmodellen.
Aggregiertes Gesamtmodell (Kapitel 9)	$\underline{P}$: $p_k, p_z, w, A(N), t, \bar{x}$ $\underline{W}$: $p_k, t, \bar{x}, \bar{x}, p_z$	$y, r(x), v, N$	Berücksichtigung der Interdependenz.

1) Variablen-Verzeichnis siehe Anhang S. 160.

2) Im Produktionssektor wurde die Wahl der Exogenen so getroffen, dass das Gesamtmodell rekursiv wird. Dazu vgl. Abschnitt 7.2.2.

7.2.2 Die Wahl der Modell-Exogenen

7.2.2.1 Die exogenen Variablen im Partialmodell 'Produktion'

In der Arbeit werden zur Beschreibung des Verlaufs des Bodenpreises im räumlichen Gleichgewicht¹⁾ jeweils zwei Darstellungen als Alternativen angegeben²⁾. Hierzu sind nun im Zusammenhang mit der Vorgabe der Modell-Exogenen einige Bemerkungen notwendig.

Wenn die Beziehungen

$$(5.9) \quad p_h(x) = p_h(x) \left(A(N), t, p_z, w \right)$$

und

$$(5.14a) \quad r(x) = r(x) \left(A(N), t, p_z, w, p_k \right)$$

als reduzierte Formen der Partialmodelle gelten, so müssen auf der rechten Seite alles exogene oder vorherbestimmte Variablen stehen. Für den Produktionssektor gelten mithin der Skalenparameter ($A(N)$), die Transportkosten (t), der Güterverkaufspreis (p_z), der Arbeitslohn (w) und der Kapitalpreis (p_k) als exogen.

Damit können die alternativen Darstellungen (5.10) und (5.14) nicht ebenfalls als reduzierte Formen aufgefasst werden, da sonst die Gleichungen überbestimmt wären. Daraus folgt unmittelbar, dass entweder der Radius des Produktionszentrums ($\bar{x}$) oder der Preis $r(\bar{x})$ resp. $p_h(\bar{x})$ eine Endogene des Partialmodells sein muss. In Abschnitt 5.1.4 war dies der Radius ($\bar{x}$), während für den Preis an der Grenze die Exogenität unterstellt wurde. Im folgenden wird in der Regel davon ausgegangen, dass der Radius zu den Variablen zu zählen ist, die ausserhalb des Modells fest-

1) Rsp. des 'housing'-Preises, solange der 'housing'-Sektor nicht in die zwei anderen Sektoren integriert wird.

2) So z.B. die Beziehungen (5.9) und (5.10) oder (5.14) und (5.14a).

gelegt werden, und dass $r(\bar{x})$ durch das Modell bestimmt werden soll¹⁾.

7.2.2.2 Die exogenen Variablen im Partialmodell 'Wohnen'

Dasselbe Problem wie für die Produktion stellt sich bezüglich der Interpretation der Preisfunktionen im Sektor 'Wohnen'. Anhand der zwei Bodenpreisfunktionen ('bid price'-Funktionen)

$$(6.11) \quad r(x) = r(x) \left(y, t, \bar{x}, r(\bar{x}) \right)$$

$$(6.12) \quad r(x) = r(x) \left(y, t, \bar{v}, p_k, p_z \right)$$

soll darauf kurz eingegangen werden.

Der Ausdruck (6.12), die 'bid price'-Funktion der Haushalte für den städtischen Boden, stellt wiederum die reduzierte Form des Partialmodells dar, d.h. die Variablen Einkommen (y), Transportkosten (t), Nutzenniveau ($\bar{v}$), Kapitalpreis (p_k) und Konsumgüterpreis (p_z) sind Exogene des Partialmodells und der Bodenpreis $r(x)$ ist an jeder Stelle (x) die zu Erklärende.

Angenommen der Stadtradius ($\bar{x}$) sei bekannt, so ist durch (6.12) der Bodenpreis an dieser Stelle fixiert und lässt sich in der Gleichung (6.11) nicht mehr als exogene Modellvariable auffassen. Die Beziehung (6.11) kann lediglich als eine einfachere Beschreibung für den Bodenpreisverlauf interpretiert werden, vorausgesetzt $r(\bar{x})$ wurde über (6.12) ermittelt.

Auf der anderen Seite mag es Schwierigkeiten bereiten, das Nutzenniveau als eine exogene Variable des Haushaltmodells zu akzeptieren.

Das Nutzenniveau eines Haushalts resultiert in unserem Modell aus den konsumierten Mengen nutzenstiftender Güter. Wenn das Nutzen-

1) Eine andere Möglichkeit besteht in der Vorgabe von ($\bar{x}$) und von $r(x)$. Dann wird entweder der Güterpreis (p_z) oder der Lohnsatz (w) zu einer endogenen Variablen.

niveau ($\bar{V}$) als Index interpretiert wird, so ist die Vorgabe einer solchen exogenen Grösse nicht sehr aussagekräftig, da jede monotone Transformation der Nutzenindexfunktion mit einer einzigen Präferenzordnung vereinbar ist. Eine Nutzenindexfunktion vermag zwar eine Präferenzordnung wiederzuspiegeln, sie taugt aber nicht zur Festlegung einer gewünschten Situation im Güterraum.

Könnte die Messbarkeit und die interpersonelle Vergleichbarkeit des Nutzens (kardinale Nutzentheorie) angenommen werden, so wäre eine exogene Vorgabe von ($\bar{V}$) einfach zu interpretieren. Diese Vorstellung wird hier jedoch nicht vertreten, so dass sich die Beziehung (6.12) letztlich als nicht operational erweist.

Ein Ausweg bietet sich hier dadurch an, als dass die Annahme eines exogenen Bodenpreises an der Stadtgrenze ($r(\bar{x})$) angebracht zu sein scheint, denn dort legt die nicht-urbane Landnutzung den Bodenpreis fest.

Die Beziehung (6.12) liesse sich demnach dazu verwenden, das Nutzenniveau der städtischen Haushalte zu bestimmen.

7.2.2.3 Die exogenen Variablen im Gesamtmodell

Zur Lösung des durch das Gleichungssystem (7.2) - (7.6) beschriebenen Gesamtmodells sind die aus den zwei untenstehenden Beziehungen ersichtlichen Variablen als bekannt vorauszusetzen:

$$(7.2) \quad y = y \left(A(N), \bar{x}, t, w, p_k, p_z \right)$$

$$(7.3b) \quad N = N \left(r(\bar{x}), y, t, \bar{x}, \bar{X} \right).$$

Diese genügen zur Berechnung des Haushalteinkommens (y) und des Bodenpreises an der Stelle ($\bar{x}$). Damit fallen die im Partialmodell 'Wohnen' diskutierten Exogenitätsannahmen bezüglich $r(\bar{x})$ resp. ($\bar{V}$) weg. Der Haushaltsektor wird dadurch ganz wesentlich von den Merkmalen des Produktionsbereichs beeinflusst.

Das auf diese Weise formulierte Gesamtmodell ist, wie bereits hervorgehoben wurde, ein rekursives System. Wenn hingegen an der Exogenität des Bodenpreises an der Stadtgrenze festgehalten wird, so hat dies zur Folge, dass das Gesamtmodell blockweise rekursiv wird, und dass beispielsweise der Güterverkaufspreis (p_z) zu einer Endogenen des Modells wird:

$$(7.2) \quad y = y \left(A(N), \bar{x}, t, w, p_k, p_z \right)$$

$$(7.4) \quad p_z = p_z \left(A(N), \bar{x}, t, w, p_k, r(\bar{x}) \right)$$

$$(6.11) \quad r(\bar{x}) = r(\bar{x}) \left(y, t, \bar{x}, \bar{x}, r(\bar{x}) \right)$$

$$(7.3b) \quad N = N \left(r(\bar{x}), y, t, \bar{x}, \bar{x} \right).$$

Der simultane Block setzt sich aus den drei Gleichungen (7.2), (7.4) und (6.11) zusammen, während in der Beziehung (7.3b) nur noch vorherbestimmte Größen erscheinen.

Ausgehend vom exogenen Bodenpreis ($r(\bar{x})$) werden simultan die 'bid price'-Funktionen für beide Sektoren und die Einkommensbestimmungsgleichung gelöst, wobei die 'bid price'-Funktion des Produktionssektors nach dem Konsumgüterpreis aufgelöst wird. Da die Anzahl der städtischen Haushalte nicht als erklärende Variable in den drei Gleichungen auftritt, muss (7.3b) nicht in die simultane Lösung miteinbezogen werden.

7.3 Die Segregation von 'Wohnen' und Produktion - die Verdrängungshypothese

Dass die beiden städtischen Aktivitäten - 'Wohnen' und Konsumgüterproduktion - im Modell räumlich voneinander getrennt sind, beruht auf einer willkürlich getroffenen Annahme.

Hinter dieser tatsächlich auch beobachtbaren Tendenz einer Ver-

drängung der Haushalte durch den Produktionssektor steht natürlich ein Marktprozess, auf dessen Berücksichtigung im Modell Einfachheit halber verzichtet worden ist.

Zur Rechtfertigung der Annahme einer räumlichen Abgrenzung dieser zwei Funktionen seien hier trotzdem einige Überlegungen zum Prozess der Verdrängung angeführt.

Dieser Prozess wird in erster Linie durch den Preismechanismus für das Gut 'housing' und damit aber auch indirekt für den Produktionsfaktor Boden ausgelöst.

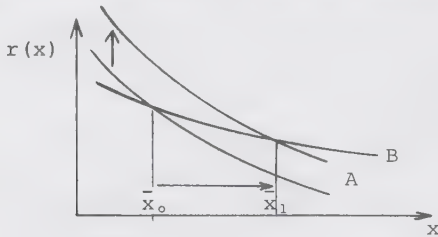
Für die Konsumgutproduzenten stellt 'housing' und somit auch Boden einen Produktionsfaktor dar. Für diesen Faktor sind sie bei vorgegebenem Güterverkaufspreis und gegebenen übrigen Faktorpreisen bereit, einen durch die 'bid price'-Funktion beschriebenen Preis zu bezahlen. Und zwar entspricht dieser Preis gemäß der Herleitung dem Wertgrenzprodukt des Faktors in den Konsumgüterherstellung. Bezogen auf den Faktor Land entspricht dieser dem Ausdruck aus der Beziehung (7.3).

Für die Haushalte ist 'housing' und damit auch Land ein Gut, dessen Konsum einen Nutzen stiftet. Auch die Haushalte sind bei vorgegebenem Einkommen bereit, für dieses Gut einen ganz bestimmten Preis zu bezahlen. Die Regel der Nutzenmaximierung verlangt, dass so viel Land nachgefragt wird bis das Grenznutzenverhältnis der Güter gerade ihrem Preisverhältnis entspricht. Auf diese Weise ist die 'bid price'-Funktion der Haushalte (Ausdruck 6.12) entstanden¹⁾.

Wenn die Haushalte durch die Konsumgüterproduzenten von der zentralen Lage verdrängt werden, so kann das nur bedeuten, dass die

1) Die 'bid price'-Funktion (6.12) lässt sich als eine Schar von Kurven im $r(x)$ - x -Diagramm interpretieren, wobei jedem Nutzenniveau $\bar{V}$ genau eine Kurve entspricht. Je näher eine solche Kurve beim Ursprung liegt, desto höher ist das korrespondierende Nutzenniveau des Haushalts.

Produktivität des zentralen Bodens in der Konsumgüterherstellung höher bewertet wird als in seiner Funktion als Konsumgut. Die zwei 'bid price'-Funktionen der beiden Arten der Landnutzung müssen demnach den in Abbildung 7.1 dargestellten Verlauf aufweisen. Die Konsumgüterproduzenten sind im Bereich $0 < x < \bar{x}$ in der Lage, die Preisofferten der Haushalte zu überbieten, so dass diesen nur das Land in der Entfernung $x > \bar{x}$ zur Verfügung steht.



- A: 'bid price'-Funktionen der Produzenten
B: 'bid price'-Funktion der Haushalte

Abb. 7.1

Wie später noch gezeigt wird, führt beispielsweise eine Erhöhung der Beschäftigung(N) oder eine Verteuerung des Konsumguts zu einer Verschiebung der 'bid price'-Kurve der Produzenten nach oben (c.p.), so dass die Haushalte weiter nach aussen verdrängt werden (Vgl. Abb. 7.1).

Eine Bemerkung zur Kurve der Haushalte: nachdem was zur Herleitung dieser Funktion in diesem Abschnitt gesagt worden ist, sollte es keine Schwierigkeiten mehr bereiten, ihren Verlauf zu interpretieren. Die Nutzenmaximierung führt dazu, dass die Haushalte bestrebt sind sich auf einer möglichst tief gelegenen Kurve zu bewegen, während an der Stelle ($\bar{x}$) der Preis durch die Produzenten fixiert wird¹⁾.

1) Vgl. dazu die Fussnote auf Seite 102.

7.4 Die städtische Gesamtproduktion

7.4.1 Problemstellung

Die Ergebnisse aus Abschnitt 5 für das Gleichgewicht im Produktionssektor bilden die Basis der Lösung für das aggregierte Modell der gesamten städtischen Produktion.

Die Fragen, die hier im Vordergrund stehen, beschäftigen sich hauptsächlich mit der Bestimmung der Gesamtproduktion, der unmittelbar damit zusammenhängenden Einkommensbildung des Haushaltssektors und mit der aggregierten Faktornachfrage, im speziellen mit der nach dem Faktor Land. Dabei werden die komparativ-statischen Eigenschaften der Ergebnisse besonders interessieren.

Für den Moment ist davon auszugehen, dass die folgenden Größen des Modells bekannt sind: Zahl der vom Haushaltsektor angebotenen Arbeitskräfte (N), der Bodenpreis an der Grenze des Produktionszentrums ($r(\bar{x})$)¹⁾ und der Radius ($\bar{x}$). Im übrigen steht der Produktion Boden im Umfang von

$$L_a = 2 \cdot \pi \cdot \theta_1 \cdot \int_0^{\bar{x}} x \cdot dx = \pi \cdot \theta_1 \cdot \bar{x}^2, \text{ mit } 0 < \theta_1 < 1$$

zur Verfügung. Der Parameter (θ_1) macht deutlich, dass im Produktionsgebiet nicht das gesamthaft vorhandene Land für die Produktion eingesetzt werden kann. Ein Teil davon bleibt anderen Nutzungsarten reserviert, so z.B. dem Transportsystem²⁾.

Die Lösungsskizze lässt sich in wenigen Worten umreißen: die vorgegebene Beschäftigung führt zusammen mit den ebenfalls be-

1) Die 'bid price'-Funktion (5.14a) dient zur Berechnung dieser Preisvariablen.

2) Der Parameter θ_1 kann ohne weiteres als Politik-Parameter verstanden werden, insofern er das durch Zonenvorschriften beschränkte Landangebot ebenfalls erfasst. Änderungen in diesen Vorschriften kann durch eine Variation des Parameterwerts Rechnung getragen werden.

kannten Preisen und der Annahme der effizienten Produktion zu einer Nachfrage nach dem Faktor Land und zu einer Gesamtproduktion. Diese Lösung kann nur dann einem Gleichgewicht entsprechen, wenn das verfügbare Land auch gerade der nachgefragten Menge entspricht. Ist dies nicht der Fall, so muss entweder eine Anpassung der Grösse des Produktionsgebiets oder des Bodenpreises oder von beidem erfolgen. Auf diese Fälle wird später ausführlich eingegangen.

7.4.2 Das Faktoreinsatzverhältnis der aggregierten Konsumgüterproduktion

Bei der Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen für den Produktionssektor zeigte es sich, dass die Angabe der absoluten Faktornachfrage in Abhängigkeit der Entfernung nicht möglich ist. Es gelang lediglich eine eindeutige Aussage über das Faktoreinsatzverhältnis. Aus (5.16) folgt:

$$(7.7) \quad \frac{n(x)}{l(x)} = \frac{r(x)}{w} \cdot \frac{a}{\alpha(1-a)} \\ = (p_z - tx)^{\frac{1}{b\alpha}} \cdot d_0 ,$$

$$\text{mit } d_0 = (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b\alpha}} \cdot r(\bar{x}) \cdot w^{-1} \cdot a \cdot (\alpha(1-a))^{-1}$$

$n(x)$ = Faktormenge Arbeit an der Stelle (x)

$l(x)$ = Faktormenge Land an der Stelle (x)

$r(x)$ = Bodenpreis, und dafür eingesetzt die 'bid price'-Funktion (5.14)

w = Lohnsatz

p_z = Konsumgüterpreis,

und damit ergibt sich für das Faktoreinsatzverhältnis insgesamt:

$$(7.8) \quad \frac{N}{L} = \frac{\bar{x}}{0} \frac{n(x)}{l(x)} \cdot x \cdot dx = 2\pi d_0 \int_0^{\bar{x}} (p_z - tx)^{\frac{1}{b\alpha}} \cdot x \cdot dx .$$

Der Ausdruck (7.8) ermöglicht die Berechnung der durch die Produktion nachgefragten Menge städtischen Bodens, denn (N) ist bekannt und die Auflösung des Integrals bietet keine besonderen Schwierigkeiten.

$$\begin{aligned}
 (7.9) \quad \frac{N}{L} &= d_1, \quad \text{mit } d_1 = d_1(\bar{x}, t, r(\bar{x}), w, p_z) = \\
 &= 2 \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \left(-\frac{1}{t}\right) \cdot \left[\frac{1}{\frac{1}{b\alpha} + 1}\right] \cdot \left[\bar{x}(p_z - t\bar{x})^{\frac{1}{b\alpha} + 1} + \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{1}{t}\right) \cdot \left[\frac{1}{\frac{1}{b} + 2}\right](p_z - t\bar{x})^{\frac{1}{b\alpha} + 2} - \left(\frac{1}{t}\right) \cdot \left[\frac{1}{\frac{1}{b\alpha} + 2}\right]\right]^{1)}.
 \end{aligned}$$

Die gesamthaft von den Konsumgüterproduzenten nachgefragte Menge des Faktors Land lässt sich also mit Hilfe der bekannten Grössen (N) (= Arbeitsangebot), ($\bar{x}$) (= Grösse des Produktionszentrums), (t) (= Transportkosten je output-Einheit), (w) und (p_z) berechnen.

Das räumliche Gleichgewicht der Stadt ist dann erreicht, wenn sich Landangebot (L_a) und Landnachfrage (L_n) entsprechen, wenn also gilt:

$$(7.10) \quad L_n = N \cdot d_1^{-1} = \pi \cdot \theta_1 \cdot \bar{x}^2 = L_a.$$

Ist diese Gleichgewichtsbedingung verletzt, so müssen Anpassungen erfolgen die das Ungleichgewicht zum Verschwinden bringen. Im folgenden Abschnitt soll auf diese Anpassungen eingegangen werden.

1) Herleitung im Anhang A3.1

7.4.3 Die Faktoreinsatzrelation und deren Abhängigkeit von Änderungen ihrer erklärenden Variablen

Die Diskussion der Anpassungen an ein räumliches Gleichgewicht im Produktionssektor verlangt die Kenntnis der Vorzeichen der Variablen in d_1 resp. die Vorzeichen der partiellen Ableitungen des Faktoreinsatzverhältnisses nach den Variablen $(\bar{x})$, (t) und $(r(\bar{x}))$.

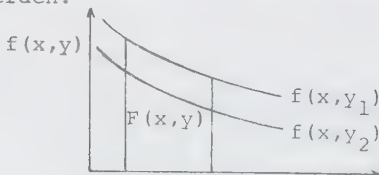
Die Ermittlung dieser Vorzeichen anhand des Ausdrucks (7.9) ist allerdings aussichtslos, so dass nach einem alternativen Vorgehen gesucht werden muss. Zu diesem Zweck sei die folgende Überlegung angestellt: das Faktoreinsatzverhältnis $n(x)/l(x)$ sei als Funktion $f(x, y)$ aufgefasst, mit (y) als Vektor der Variablen $(\bar{x})$, $r(\bar{x})$ und (t) . Wenn wir davon ausgehend das Verhältnis (N/L) bilden, so tun wir dies, indem wir nach der Stammfunktion $F(x, y)$ fragen. Es ist also

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = f(x, y), \quad \text{mit } f(x, y) > 0 \text{ und } x, y > 0 \quad (= \text{Voraussetzung})$$

Die Vorzeichen der partiellen Ableitungen nach (y) von (N/L) können unter diesen Voraussetzungen leicht bestimmt werden:

Da $F(x, y)$ die Fläche unter der Funktion $f(x, y)$ im Intervall $I = [0, \bar{x}]$ darstellt, muss für $\partial F(x, y) / \partial y$ dasselbe Vorzeichen wie für $\partial f(x, y) / \partial y$ gelten¹⁾.

- 1) Der Nachweis für die Allgemeingültigkeit dieser Beziehung kann nicht erbracht werden. Anhand der grafischen Darstellung des Zusammenhangs soll die Argumentation nochmals veranschaulicht werden:



Die Variable (y) lässt sich als shift-Parameter auffassen. Eine Verschiebung von $f(\cdot)$ aufgrund dy , verändert $F(\cdot)$ in derselben Richtung.

Dies erlaubt somit eine einfachere Bestimmung der Vorzeichen der erklärenden Variablen von (N/L) , indem von $(n(x)/l(x))$ auf das Aggregat geschlossen wird. Unter Verwendung des Ausdrucks (7.7) ergeben sich die folgenden Vorzeichen:

$$(7.11) \quad \frac{\partial \left(\frac{N}{L}\right)}{\partial r(\bar{x})}, \frac{\partial \left(\frac{N}{L}\right)}{\partial \bar{x}} > 0, \text{ und } \frac{\partial \left(\frac{N}{L}\right)}{\partial t} < 0 .$$

Die Vorzeichen dieser Ableitungen sollten dann klar sein, wenn die Reaktion des Bodenpreises an einer beliebigen Stelle (x) in Folge einer Änderung dieser Variablen in Erinnerung gerufen wird. Der Preis, den die Produzenten an einer Stelle (x) für den Faktor Boden zu bezahlen bereit sind steigt, wenn der Radius des Produktionsgebiets $(\bar{x})$ grösser wird (und der Preis $(r(\bar{x}))$ unverändert bleibt) und wenn der Bodenpreis an der Grenze c.p. steigt, und der Bodenpreis $r(x)$ fällt, wenn die Transportkosten steigen¹⁾. Es mag für das Verständnis dieser Vorzeichen dienlich sein, an das Konzept des 'bid prices' zu erinnern. Die Preisfunktion soll das räumliche Gleichgewicht in den Sektoren garantieren, und dies ist nur möglich, wenn die oben angegebenen Preisreaktionen eintreten. Ein Produzent ist an der Stelle $(\bar{x})$ bei der Erhöhung des Preises $(r(\bar{x}))$ gegenüber seinem Standort nur dann indifferent, wenn an allen anderen Stellen (x) eine entsprechende Preisanpassung erfolgt.

Der Hinweis auf den Zusammenhang zwischen dem Verhältnis von Faktorpreisen und Faktoreinsatzrelation bei Gewinnmaximierungsverhalten sollte nun genügen, um die Vorzeichen der Ableitungen der Faktoreinsatzrelation verständlich zu machen. Weil (w) (=Lohnsatz) als konstant vorausgesetzt wurde, ergeben sich die

1) Dies muss aufgrund der Gewinnmaximierungsannahme (5.7) in Kombination mit der Bedingung für ein räumliches Gleichgewicht gelten.

Vorzeichen von (7.11).

Wegen der Forderung nach Vollbeschäftigung des Arbeitsangebots sind nun die Voraussetzungen gegeben, die Variablen (L) , $(\bar{x})$ und $(r(\bar{x}))$ so aufeinander abzustimmen, dass die verlangte Gleichgewichtssituation realisiert wird¹⁾.

Als Illustration der eben dargelegten Modelleigenschaften sei der Fall

$$L_n = d_1^{-1} \cdot N > 0_1 \cdot \pi \cdot \bar{x}^2$$

diskutiert. Diese Situation verlangt entweder einen Abbau der Ueberschussnachfrage ($dL_n = d_1^{-1} \cdot N - \pi 0_1 \bar{x}^2$) oder eine entsprechende Ausdehnung des Boden-Angebots. Die Diskussion der Vorzeichen hat ergeben, dass die Anpassung dann gegen ein neues Gleichgewicht strebt, wenn

- a) der Bodenpreis $(r(\bar{x}))$ steigt (rsp. p_z steigt)
- b) der Radius des Produktionszentrums $(\bar{x})$ grösser wird, oder
- c) die Transportkosten sinken.

ad a) Für diesen einfachen Fall kann die erforderliche Veränderung von $r(\bar{x})$ sofort angegeben werden:

$$\begin{aligned} dL &= \frac{\partial L}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) \quad (dN = 0) \\ &= (-1) \frac{L}{d_1} \cdot \frac{N}{L} \cdot \frac{1}{r(\bar{x})} dr(\bar{x}) , \end{aligned}$$

1) Der hier anzubringende Vorbehalt ist im Umstand begründet, dass diese Abstimmung nur für den Fall vorgegebener Parameterwerte möglich ist. Es zeigt sich jetzt auch, dass die Annahme der Exogenität für (N) , $(\bar{x})$ und $(r(\bar{x}))$ (rsp. p_z) nicht gleichzeitig für alle drei Variablen getroffen werden kann.

und somit folgt:

$$(7.12) \quad \frac{dr(\bar{x})}{r(\bar{x})} = - \frac{dL}{L} .$$

Das Ergebnis (7.12) verlangt eine relative Erhöhung des Bodenpreises im Umfang der notwendigen relativen Reduktion der Landnachfrage. Da bis auf $dr(\bar{x})$ alle Grössen bekannt sind, kann auch dieser Wert leicht ermittelt werden.

ad b) Etwas komplizierter stellt sich die Situation dar, wenn eine Aenderung von $(\bar{x})$ zur Diskussion steht. Ein Blick auf d_1 lässt sofort deutlich werden, dass sich sicher nicht ein ähnlich einfaches Resultat finden lässt wie für den Fall a). Es steht lediglich fest, dass eine Vergrösserung des Radius ein Ansteigen von $r(x)$ - der 'bid price'-Funktion - für alle (x) zur Folge hat. Die Substitution des Bodens als Produktionsfaktor durch Arbeit ist die Konsequenz der Preissteigerung. Zusätzlich gilt es jedoch die gleichzeitig erfolgende Ausdehnung des Landangebots zu berücksichtigen.

Die Landnachfrage der Güterproduzenten erfährt in diesem Fall die folgende Anpassung:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial d_1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial x} \cdot d\bar{x} = - L \cdot d_1^{-1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial \bar{x}} \cdot d\bar{x} .$$

Die Vergrösserung des Landangebots bewirkt, dass der Nachfrageüberhang nicht allein von der Nachfrageseite her abgebaut zu werden braucht. Für kleinere Anpassungen des Radius $(\bar{x})$ gilt:

$$dL_a = \frac{\partial L_a}{\partial \bar{x}} \cdot d\bar{x} = 2\pi O_1 \cdot \bar{x} \cdot d\bar{x} ,$$

woraus sich für die erforderliche Ausdehnung der Stadtgrenze insgesamt ergibt:

$$d\bar{x} = \frac{dL_n}{\left[L_n \cdot d_1^{-1} \cdot \frac{\partial d_1}{\partial \bar{x}} \right] - 2\pi \cdot \theta_1 \cdot \bar{x}} .$$

Die Anpassung der Stadtgrösse ist direkt von der Ueberschussnachfrage und umgekehrt proportional von der Veränderung der Landnachfrage und von der Stadtgrösse ($\bar{x}$) abhängig. Vom Radius ($\bar{x}$) hängt die Veränderung des Landangebots ab.

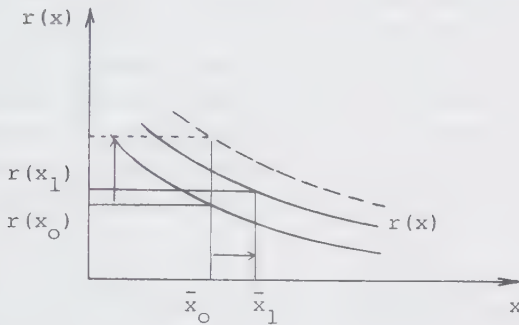
Ein Vergleich der Preisanpassung in den Fällen a) und b) zeigt, dass im zweiten Fall die Bodenpreise weniger stark ansteigen, weil durch die Vergrösserung des Landangebots der durch die Preiserhöhung induzierte Nachfragerückgang weniger gross zu sein braucht.

ad c) Eine Verminderung der Landnachfrage würde auch dann eintreten, wenn die Transportkosten im Produktionszentrum ansteigen würden.

Es ist denkbar, dass eine politische Behörde eine solche Verteuerung deshalb als wünschenswert erachtet, weil dadurch bei gleichbleibender Stadtgrösse das Arbeitsangebot vollständig beschäftigt wird. Die Beeinflussung der Transportkosten - entweder über eine Steuer oder durch einen direkten Eingriff in das Transportsystem - kann also zur Realisierung von Zielvorstellungen über die Art der Landnutzung im städtischen Gebiet dienen.

Eine abschliessende Beurteilung dieses Beispiels lässt die folgenden Anpassungen an eine Ueberschussnachfrage nach Boden im

Grafik 7.2 Reaktionen der 'bid price'-Funktion



Modell denkbar erscheinen:

Eine erste, sofort eintretende Konsequenz ist eine Erhöhung des Bodenpreises, und zwar im Ausmass der erforderlichen relativen Reduktion der Landnachfrage, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen. Die Preissteigerung wird zu einer Verdrängung der Haushalte führen, denn die Produzenten werden bereit sein einen höheren Bodenpreis zu bezahlen (Vgl. Abb. 7.1). Damit wird das Bodenangebot ausgedehnt und bewirkt wiederum ein Fallen des Preises, so dass sich insgesamt ein neues Gleichgewicht einstellen wird, das einerseits durch einen höheren Bodenpreis und anderseits durch eine grössere Landnutzung durch den Produktionssektor charakterisiert ist (Vgl. dazu Abb. 7.2).

Eine Konsequenz von Anpassungsprozessen der eben diskutierten Art ist bis jetzt vollständig ausser Acht gelassen worden. Die Preissteigerung für den Faktor Boden wird für die Gesamtproduktion nicht ohne Auswirkung sein, und damit ist auch beim Haushalteinkommen mit Änderungen zu rechnen. In Anbetracht der Bedeutung dieser Grösse für das Gesamtmodell scheint es gerechtfertigt, diesem Punkt spezielle Aufmerksamkeit zu schenken.

7.4.4 Städtische Gesamtproduktion und Haushalteinkommen

7.4.4.1 Definition des Haushalteinkommens

Oben¹⁾ wurde darauf hingewiesen, dass das jährliche Haushalteinkommen nicht nur den Lohn für die dem Produktionssektor zur Verfügung gestellte Arbeitskraft, sondern das gesamte Faktoreinkommen aus dem Produktionssektor umfasst. Diese Annahme impliziert, dass die Haushalte nicht nur über ihr Arbeitspotential verfügen, sondern zugleich im Besitz aller in die Produktion eingehenden Produktionsfaktoren sind.

Das Haushalteinkommen wird nun zu einer endogenen Modellvariablen, denn es wird durch die Produktionsfunktion der Konsumgüterherstellung bestimmt, und unterliegt damit auch dem Einfluss der Externalitäten der Produktion.

Es ist klar, dass das so definierte Haushalteinkommen für das Stadtmodell eine zentrale Rolle spielt. Allerdings wird dies erst dann deutlich zum Ausdruck kommen, wenn das Modell in den Rahmen eines migrationstheoretischen Ansatzes gestellt wird und dem Stadt-Umland-Gefälle erklärende Funktion in der Beschreibung von Wanderungsbewegungen zukommt. Für das isolierte Stadtmodell bleibt seine Bedeutung beschränkt auf die Bestimmung der Bodenpreisfunktion im Haushaltsektor und damit als Erklärende der Landnutzung.

7.4.4.2 Die formale Herleitung des Einkommens

Die eben gegebene Definition des Einkommens lässt sich formal sehr einfach erfassen. Die städtische Gesamtproduktion wird durch die aggregierte Produktionsfunktion des Konsumgütersektors berechnet. Der gewählte Typ der Produktionsfunktion bringt es mit

1) Abschnitt 6.1.2.

sich, dass der Uebergang von der einzelwirtschaftlichen Betrachtung auf die Stufe des Aggregats keine Schwierigkeiten bietet¹⁾.

Das gesamte Produktionsergebnis (Z), $Z = A(N) \cdot N^a \cdot H^{1-a}$, gibt demnach das nominelle ($p_z=1$) Gesamtprodukt der Stadt wieder, und die gesuchte Einkommensgrösse lässt sich sofort angeben. Die Gesamtbeschäftigung (N) und der Einfluss der Agglomerationsvorteile auf das Produktionsergebnis - der Skalenparameter ($A(N)$) - seien bekannte Grössen. Da der Güterverkaufspreis und die Faktorpreise ebenfalls bekannt sind, ist vorerst die Faktormenge 'housing' (H) zu ermitteln um anschliessend das Einkommen berechnen zu können. Die Grösse (H) steht für die im Produktionsgebiet insgesamt nachgefragte Menge 'housing':

$$H = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{\bar{x}} h(x) \cdot x \cdot dx .$$

Es wurde schon darauf hingewiesen, dass $h(x)$ aufgrund der verfügbaren Informationen nicht bestimmt und damit auch das angegebene Integral nicht aufgelöst werden kann.

Dafür ist die Gesamtbeschäftigung der Stadt bekannt, so dass über das Faktorpreisverhältnis auf die Menge (H) geschlossen werden kann.

Analog zum Vorgehen bei der Herleitung von (7.9) wird das Faktoreinsatzverhältnis (N/H) durch Integrieren von ($n(x)/h(x)$) über (x) ermittelt. Die Berechnung des Haushalteinkommens erfolgt dann durch Einsetzen von H und N in die Produktionsfunktion und anschliessendes Dividieren durch N, die Zahl der Beschäftigten.

1) Vgl. Abschnitt 5.1.3.

In die Beziehung

$$(7.13) \quad \frac{n(x)}{h(x)} = \frac{p_h(x)}{w} \cdot \frac{a}{1-a}$$

ist anstelle des Faktorpreises $p_h(x)$ die 'bid price'-Funktion (5.9) einzusetzen:

$$p_h(x) = (p_z - tx)^{\frac{1}{b}} \cdot d_2,$$

mit

$$d_2 = (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b}} \cdot p_h(\bar{x})^{-1} \cdot a \cdot (1-a)^{-1},$$

wobei für $p_h(\bar{x})$ die Stückkostenfunktion aus der 'housing'-Herstellung zu verwenden ist:

$$p_h(\bar{x}) = \alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{-(1-\alpha)} \cdot r(\bar{x})^{\alpha} \cdot p_k^{(1-\alpha)},$$

so dass sich für d_2 ergibt:

$$d_2 = (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b}} \cdot w^{-1} \cdot r(\bar{x})^{\alpha} \cdot p_k^{(1-\alpha)} \cdot e_1,$$

mit

$$e_1 = a \cdot (1-a)^{-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot (1-\alpha)^{-(1-\alpha)}.$$

Das Einsatzverhältnis der aggregierten Faktormengen wird somit zu

$$(7.14) \quad \frac{N}{H} = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{\bar{x}} \frac{n(x)}{h(x)} \cdot x \cdot dx = 2 \cdot \pi \cdot d_2 \int_0^{\bar{x}} (p_z - tx)^{\frac{1}{b}} \cdot x \cdot dx$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot d_2 \left(-\frac{1}{t} \right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} + 1} \cdot \left[\bar{x} \cdot (p_z - t\bar{x})^{\frac{1}{b} + 1} + \left(\frac{1}{t} \right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} + 2} \cdot (p_z - t\bar{x})^{\frac{1}{b} + 2} - \left(\frac{1}{t} \right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b} + 2} \right],$$

und in allgemeiner Form:

$$\frac{N}{H} = \frac{N}{H} \left(t, \bar{x}, r(\bar{x}), w, p_k, p_z \right) = d_3 \quad .$$

Die Gesamtproduktion lässt sich somit schreiben als

$$Z = A(N) \cdot N^a \cdot (N d_3^{-1})^{1-a} = A(N) \cdot N \cdot d_3^{-b} \quad ,$$

und das Haushalteinkommen als

$$(7.15) \quad \frac{Z}{N} = A(N) \cdot d_3^{-b} \quad .$$

Das Haushalteinkommen kann also ohne weitere Schwierigkeiten berechnet werden. Diese Grösse geht in den Haushaltsektor ein und ist dort für die Gleichgewichtslösung mitverantwortlich.

Neben der Berechnung des Einkommens steht die Frage nach den Vorzeichen der partiellen Ableitungen des Haushalteinkommens nach seinen erklärenden Variablen im Vordergrund. Es ist m.a.W. abzuklären, was mit dem Haushaltseinkommen geschieht, wenn

- der Bodenpreis steigt,
- die Transportkosten steigen,
- der Radius ($\bar{x}$) grösser wird, oder
- der Güterverkaufspreis steigt.

Diese Fragen werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

7.4.4.3 Die Bestimmungsgrössen des Haushalteinkommens

Die Ergebnisse der hier zu untersuchenden Abhängigkeiten des Haushalteinkommens von Änderungen der im Partialmodell

'Produktion' denkbaren¹⁾ exogenen Variablen, müssen insofern relativiert werden, als dass sie für das Modell der sehr speziell gewählten Funktionstypen hergeleitet werden.

Diese Einschränkung ist in erster Linie auf die Größenordnung der Veränderungen des Einkommens zu beziehen und weniger auf deren Vorzeichen. Diese sind in der Regel nicht von den Funktionsparametern abhängig und erhalten dadurch allgemeineren Aussagewert²⁾.

Die Argumentation mit den partiellen Ableitungen impliziert bekanntlich die 'ceteris paribus' Annahme. Um diese aber auch zu gewährleisten, ist noch zusätzlich eine Annahme über die vorhandenen Landreserven notwendig. Da sich alle Änderungen der Variablen letztlich auf die 'bid price'-Funktion auswirken, werden sich Änderungen der Faktornachfrage ergeben, im speziellen derjenigen nach dem Faktor 'housing' und damit auch nach Land.

Deshalb soll vorausgesetzt werden, dass jede so induzierte Mehrnachfrage nach Land auch befriedigt werden kann ohne dass Anpassungen ausgelöst werden wie sie in Abschnitt (7.4.3) diskutiert worden sind.

7.4.4.3.1 Der Bodenpreis an der Stadtgrenze ($\bar{x}$)

Bei der Erhöhung des Bodenpreises an der Grenze des Produktionszentrums ($r(\bar{x})$)³⁾ sind die zwei folgenden Möglichkeiten der

-
- 1) Vgl. dazu die Ausführungen über die Wahl der Modellexogenen in Abschnitt 7.2.2.
 - 2) Eine Ausnahme davon stellt das Vorzeichen von ($\bar{x}$) dar, das nicht allgemein bestimmt werden kann, d.h. das von den Werten der Funktionsparameter abhängt.
 - 3) Dieser Preis kann im Rahmen des Partialmodells 'Produktion' ohne weiteres als exogene Variable betrachtet werden. Dazu vgl. Abschnitt 7.2.2.

Anpassung zu unterscheiden:

$$a) \quad dy = \frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial y}{\partial w} \cdot dw ,$$

mit

$$dw = \frac{\partial w}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) ,$$

und

$$b) \quad dy = \frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial y}{\partial p_z} \cdot dp_z ,$$

mit

$$dp_z = \frac{\partial p_z}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) .$$

Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass entweder der Lohn (w) oder der Konsumgüterpreis (p_z) im Partialmodell der Produktion dann endogenen Charakter haben, wenn der Bodenpreis an der Grenze ($\bar{x}$) ausserhalb des Partialmodells festgelegt ist. Es genügt in diesem Fall nicht mehr, allein nach der partiellen Ableitung vom Einkommen nach $r(\bar{x})$ zu fragen, sondern es gilt das totale Differential von (y) zu bestimmen. Dieses ergibt für das Haushaltseinkommen $y = A(N) d_3^{-b}$, mit $d_3 = d_3(t, \bar{x}, r(\bar{x}), w, p_k, p_t$, für den

$$\text{Fall a) :} \quad dy = \left[\frac{\partial y}{\partial d_3} \cdot \frac{\partial d_3}{\partial r(\bar{x})} + \frac{\partial y}{\partial d_3} \cdot \frac{\partial d_3}{\partial w} \cdot \frac{\partial w}{\partial r(\bar{x})} \right] dr(\bar{x})$$

mit

$$\frac{\partial d_3}{\partial r(\bar{x})} = \frac{d_3}{r(\bar{x})} \cdot \alpha \quad 1)$$

$$\frac{\partial d_3}{\partial w} = - \frac{d_3}{w} \quad 1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial r(\bar{x})} = - \frac{ba}{a} \cdot \frac{w}{r(\bar{x})} \quad 2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial d_3} = -b \frac{y}{d_3} ,$$

und somit

$$\frac{dy}{y} = (-b) \cdot \alpha \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{d r(\bar{x})}{r(\bar{x})}$$

Aus einer Erhöhung von $(r(\bar{x}))$ resultiert also insgesamt eine Reduktion des Haushalteinkommens. Sie setzt sich zusammen aus den negativen Vorzeichen der partiellen Ableitungen von (y) nach $(r(\bar{x}))$ ³⁾ und nach dem Lohn (w) ⁴⁾.

Der verteuerte Boden am Rand des Produktionszentrums bedingt an jedem Standort innerhalb des Zentrums die entsprechende An-

1) Folgt aus (7.14).

2) Folgt aus der 'bid price'-Funktion (5.14).

3) Die relative Aenderung des Einkommens entspricht der $[\alpha \cdot (-b/a)]$ -fachen relativen Aenderung des Bodenpreises. Gegenüber einem Modell ohne den 'housing'-Sektor ist diese um den Faktor (α) kleiner, denn hier lässt sich der teurer gewordene Boden teilweise durch Kapital substituieren.

4) Die partielle Ableitung von (y) nach (w) ist zwar positiv, hingegen verlangt die 'bid price'-Funktion, als Bedingung der effizienten Produktion im räumlichen Gleichgewicht, ein Fallen des Lohns bei einer Erhöhung des Preises $(r(\bar{x}))$.

passung, da sonst das räumliche Gleichgewicht des Produktionssektors gestört würde. Allerdings reagieren die 'housing'-Produzenten auf die Aenderung der Faktorpreisrelation indem sie den Faktor Land teilweise durch Kapital substituieren. Ueber den 'housing'-Preis erfolgt die Transmission der Bodenverteuerung auf dem Konsumgütersektor. Die Annahme der Vollbeschäftigung und die Konstanz der übrigen Preise führt zu einer Reduktion des Einsatzes von 'housing' und damit zu einem Fallen des Haushaltseinkommens.

Für den Fall b) (Anpassung des Güterpreises) gilt analog:

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} + \frac{\partial y}{\partial p_z} \cdot \frac{\partial p_z}{\partial r(\bar{x})} \right] \cdot dr(\bar{x})$$

mit

$$\frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} = \frac{\partial y}{\partial d_3} \cdot \frac{\partial d_3}{\partial r(\bar{x})} = -b \cdot \frac{y}{d_3} \cdot \alpha \cdot \frac{d_3}{r(\bar{x})} ,$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial r(\bar{x})} = \frac{b\alpha}{r(\bar{x})} \cdot (p_z - t\bar{x}) .$$

Ein Blick auf den Ausdruck (7.14) genügt um zu erkennen, dass die Ableitung von d_3 nach dem Konsumgüterpreis (p_z) nicht zu einem eindeutigen Ergebnis führen kann. Zur Bestimmung des Vorzeichens reicht es jedoch aus, wenn sich das Faktoreinsatzverhältnis für jede Entfernung (x) [$n(x)/h(x)$] eindeutig bestimmen lässt. Von diesem Vorzeichen kann direkt auf dasjenige der aggregierten Faktormengen geschlossen werden¹⁾.

1) Vgl. Abschnitt 7.4.3. Das Vorzeichen von $\partial(N/H)/\partial p_z$ wird zur Bestimmung des Vorzeichens von $\partial y/\partial p_z$ benötigt (vgl. 7.15).

Für das Faktoreinsatzverhältnis in der Entfernung (x) gilt:

$$\frac{n(x)}{h(x)} = (p_z - tx)^{\frac{1}{b}} \cdot (p_z - t\bar{x})^{-\frac{1}{b}} \cdot w^{-1} \cdot r(\bar{x})^{\alpha} \cdot p_k^{(1-\alpha)} \cdot e_1,$$

und für die entsprechende Ableitung:

$$(7.16) \quad \frac{\partial \frac{n(x)}{h(x)}}{\partial p_z} = \frac{n(x)}{h(x)} \cdot \frac{1}{b} \cdot \left((p_z - tx)^{-1} - (p_z - t\bar{x})^{-1} \right).$$

Da der Klammerausdruck auf der rechten Seite von (7.16) negativ wird, bewirkt die Preissteigerung beim Konsumgut eine Zunahme des Haushalteinkommens¹⁾:

$$\frac{\partial y}{\partial p_z} > 0.$$

Insgesamt gilt im Fall b) für dy:

$$(7.17) \quad dy = -b \cdot \left[y + \frac{\partial d_3}{\partial p_z} (p_z - t\bar{x}) \right] \cdot \frac{dr(\bar{x})}{r(\bar{x})} \gtrless 0.$$

Wenn also unterstellt wird, dass der Güterpreis endogenen Charakter haben soll, dann lässt das Ergebnis keine eindeutige Aussage bezüglich der Änderung des Haushalteinkommens bei einer Erhöhung des Bodenpreises an der Grenze ($\bar{x}$) zu, denn das Vorzeichen des Klammerausdrucks in (7.17) bleibt unbestimmt. Dazu trägt auf der einen Seite der negative Zusammenhang zwischen dem Haushalteinkommen und der Bodenpreissteigerung aufgrund der geringeren Gesamtproduktion bei gleichbleibender Beschäftigung²⁾ bei. Auf der anderen Seite wirkt der positive Zusammenhang

1) Vom Vorzeichen für $n(x)/h(x)$ wird auf das von N/H geschlossen. Aus (7.17) folgt: $\partial y / \partial p_z = (\partial y / \partial d_3) (\partial d_3 / \partial p_z)$, mit $d_3 = N/H$.

2) Bedingt durch die Faktorsubstitution und die Annahme der Vollbeschäftigung.

zwischen Einkommen und Güterverkaufspreis. Dieser Beitrag beruht auf der Erhöhung des Wertgrenzproduktes der Faktoren, was bei unveränderten Faktorpreisen eine höhere Gesamtproduktion und auch ein höheres (reales) Haushalteinkommen zur Folge hätte.

7.4.4.3.2 Lohnsatz

Eine Aenderung dieser Exogenen ist auch wieder nicht nur direkt für die Aenderung des Haushalteinkommens von Bedeutung, sondern wirkt zudem noch über die 'bid price'-Funktion. Es ist also wiederum das totale Differential für (y) im Rahmen des Partialmodells 'Produktion' zu betrachten:

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial w} + \frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} \cdot \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial w} \right] \cdot dw$$

Dieses Differential unterscheidet sich von dem unter a) besprochenen Fall einer exogenen Bodenpreisveränderung nur dadurch, dass nun der Lohn (w) die exogene Variable ist und deren Aenderung eine Anpassung des jetzt endogenen Bodenpreises bewirkt. So wie im erwähnten Fall das Vorzeichen eindeutig als negativ bestimmt werden konnte, lässt sich hier ein positives Vorzeichen eindeutig angeben:

$$dy = \left[b \cdot \frac{1}{w} + \left(-\frac{a}{b\alpha} \right) \cdot \frac{r(\bar{x})}{w} \cdot (-b \cdot \alpha) \cdot \frac{1}{r(\bar{x})} \right] y \cdot dw$$
$$\frac{dy}{y} = (b + a) \cdot \frac{dw}{w} = \frac{dw}{w}, \quad (b = 1 - a)$$

Die relative Veränderung des Einkommens entspricht also genau der diese induzierenden relativen Aenderung des Lohns.

7.4.4.3.3 Konsumgüterpreis

Für den Fall eines exogenen Güterpreises genügt es zur Bestimmung der Auswirkung einer Erhöhung des Preises auf das Haushalteinkommen wiederum nicht, lediglich die partielle Ableitung von y nach dieser Variablen zu betrachten, denn deren Änderung ist ebenfalls mit einer Anpassung des Bodenpreises verknüpft. Für dy gilt also:

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial p_z} + \frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} \cdot \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial p_z} \right] \cdot dp_z ,$$

mit

$$\frac{\partial y}{\partial p_z} , \quad \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial p_z} > 0 , \quad \frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} < 0 .$$

Damit gilt insgesamt $dy/dp_z \gtrless 0$ für den Fall, dass bei exogenem Konsumgüterpreis der Bodenpreis zur Endogenen wird. Das Ergebnis entspricht sinngemäss dem oben diskutierten Fall b) einer exogenen Bodenpreisveränderung. Eine weitere Diskussion des Ergebnisses ist hier somit überflüssig.

7.4.4.3.4 Transportkosten

Die Angabe des Vorzeichens der Veränderung des Einkommens aufgrund einer Erhöhung der Transportkosten fällt jetzt leicht. Die Transportkosten lassen sich als eine (standortabhängige) Schmälerung des Güterpreises auffassen, und somit kann die Argumentation von oben mit umgekehrtem Vorzeichen übernommen werden: $dy/dt < 0$.

7.4.4.3.5 Bevölkerung

Wenn eine exogene Erhöhung der Wohnbevölkerung resp. des Arbeitsangebots der Stadt angenommen wird, sind drei Einflüsse auf das Einkommen zu beachten:

- das vergrößerte Arbeitspotential ermöglicht einen grösseren Produktions-output
- die Gesamtproduktion wird zur Bestimmung des Einkommens durch eine grössere Zahl von Haushalten dividiert
- die Agglomerationsvorteile ($A(N)$) können eine Änderung erfahren.

Die Gleichung für das Haushalteinkommen lautet (7.15):

$$y = A(N) \cdot d_3^{-b}.$$

Sofort wird deutlich, dass eine Änderung der Bevölkerung ohne Einfluss auf das Einkommen bleibt, wenn sich die Agglomerationsvorteile nicht ändern. Dass dem so ist, hängt natürlich mit der Wahl der Produktionsfunktion und der Annahme der effizienten Produktion zusammen.

Ebenso offensichtlich ist der Einfluss von Änderungen des Skalenparameters infolge einer Veränderung der Bevölkerung:

$\frac{dA(N)}{dN} > 0$: Die Zunahme der Stadtbevölkerung hat zur Folge, dass die Agglomerationsvorteile grösser werden. Das Haushalteinkommen steigt. In einer solchen Situation könnte es als wünschenswert erachtet werden, die Stadt weiter wachsen zu lassen, denn die Durchschnittskosten der Produktion haben ihr Minimum noch nicht erreicht.

$\frac{dA(N)}{dN} = 0$: In dieser Situation könnte von einer optimalen Stadtgrösse gesprochen werden¹⁾.

$\frac{dA(N)}{dN} < 0$: Das Haushalteinkommen fällt mit grösser werdender Stadtbevölkerung. Vom Standpunkt der Stadt her betrachtet ist ein weiteres Wachstum der Bevölkerung nicht lohnend. Solange jedoch $A(N) > 1$ ist, kann es für Haushalte ausserhalb der Stadt immer noch eine Verbesserung des Einkommens bedeuten, wenn sie in die Stadt ziehen.

7.4.4.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt ging es darum, die wesentlichen Merkmale des aggregierten Konsumgütersektors darzustellen, wobei die komparativ-statische Untersuchung des Haushalteinkommens den grössten Raum einnahm.

Vor einer unkritischen Interpretation der einzelnen Ergebnisse ist jedoch zu warnen. Die Resultate haben jeweils nur unter dem Vorbehalt Gültigkeit, dass die induzierte Mehrnachfrage nach den Faktoren auch tatsächlich befriedigt werden kann. Als eine solche mögliche Einschränkung sind eventuelle Zonierungsvorschriften zu nennen, die u.U. entsprechende Anpassungen verhindern²⁾.

Unter diesem Vorbehalt lassen sich die in Tabelle (7.1) zusammengestellten Ergebnisse für das Partialmodell der Produktion

1) Dixit (1973) wendet den Optimalitätsbegriff zwar im Zusammenhang mit steigenden Skalenerträgen der Produktion und Ballungskosten im Transportsektor an. So wie der Skalenparameter hier verwendet wird, kann dann auch von einem Optimum gesprochen werden, falls hier tatsächlich ein Maximum gefunden wurde.

2) Vgl. Abschnitt 9.

ableiten. Um die Unterscheidung von exogenen und endogenen Variablen in dieser Tabelle verständlich zu machen, sind einige Bemerkungen notwendig¹⁾:

Zuerst ist hier nochmals in Erinnerung zu rufen, dass sich die Tabelle auf das Partialmodell beschränkt und somit die Variablen $r(\bar{x})$ und N ohne weiteres als exogen aufgefasst werden können, während die Transportkosten (t) und der Radius ($\bar{x}$) ohnehin exogenen Charakter haben. Für den Lohn (w) und den Güterpreis (p_z) gilt folgendes: Falls $r(\bar{x})$ als exogen vorausgesetzt wird, muss eine der beiden Variablen endogen sein. Andererseits lassen sich beide auch als Exogene einführen, dann ist jedoch der Bodenpreis $r(\bar{x})$ eine Endogene des Partialmodells.

Tabelle 7.1: Ergebnisse der komparativ-statischen Analyse des Partialmodells 'Produktion'							
Erklärende	r (x̄)		N	t	x̄	w [*]	p _z [*]
	endogen:						
Endogene	w	p _z					
y = $\frac{Z}{N}$	<	<	>	<	-	>	>
r (x)			>	<	-	<	>

Erläuterung: * : $r(\bar{x})$ ist endogen, p_z resp. w ist exogen
 >(<): der Zusammenhang ist positiv (negativ).

1) Vgl. Abschnitte 7.2.1 und 7.2.2 .

8. Aggregierter Haushaltsektor

8.1. Problemstellung

In Abschnitt 6 dieser Arbeit galt es die Bedingungen für räumliches Gleichgewicht im städtischen Haushaltsektor herzuleiten. Mit Hilfe der Funktion der Landnachfrage gelang es zudem die Bevölkerungsdichte in Abhängigkeit vom Einkommen und Nutzenniveau des Haushalts, sowie des Güterpreises darzustellen. Dieses Grundwissen wird jetzt dazu verwendet, den Zusammenhang zwischen Haushalteinkommen, Nutzenniveau, Stadtgrösse (=räumliche Ausdehnung) und städtischer Bevölkerung herzustellen. Damit verfügen wir über alle Elemente des städtischen Gesamtmodells, und es bleibt nur noch die Aufgabe, diese miteinander in Verbindung zu bringen, die gegenseitigen Abhängigkeiten aufzuzeigen und sie zu diskutieren.

In diesem Abschnitt wird es also darum gehen, die Bevölkerungsgrösse einer räumlich fixierten Stadt zu bestimmen. Da die Landnachfrage des einzelnen Haushalts einerseits und die Landreserven andererseits bekannt sind, bietet diese Aufgabe keine besonderen Schwierigkeiten. Daneben kann das vorliegende Modell auch zur Beantwortung der Frage herangezogen werden, welches Nutzenniveau ein Haushalt in einer Stadt vorgegebener Grösse realisieren kann¹⁾.

8.2. Die städtische Wohnbevölkerung

8.2.1 Annahmen

Wie im einleitenden Abschnitt festgehalten wurde, besteht die Aufgabe darin, mit Hilfe der Funktion des Landbedarfs resp. der

1) Wheaton (1974) hebt den Unterschied in der Fragestellung dadurch hervor, dass er von der 'offenen' (N ist endogen) und der 'geschlossenen' Stadt (V ist endogen) spricht (S. 223).

Dichtefunktion des einzelwirtschaftlichen Haushaltgleichgewichts die Gesamtbevölkerung der Stadt zu bestimmen. Aus der Landnachfragefunktion (6.14)

$$l(x) = l(x) \left((y - t\bar{x}), x, r(\bar{x}) \right)$$

ist ersichtlich, dass das Haushalteinkommen (y), die Transportkosten (t), die Stadtgrösse ($\bar{x}$) und der Bodenpreis ($r(\bar{x})$) als bekannt vorauszusetzen sind. Ebenso muss der schon im Produktionssektor verwendete Radius ($\bar{x}$) bekannt sein um die dem Haushaltsektor reservierte Landfläche bestimmen zu können.

Eine besondere Bedeutung kommt dem Einkommen (y) zu, denn über diese Variable beeinflussen die Eigenschaften der Produktion den Sektor der Haushalte und dadurch bekommt das Gesamtmodell den Charakter eines Systems zweier interdependenter Sektoren. Vorerst geht es aber darum, die Eigenschaften des aggregierten Partialmodells 'Wohnen' für sich zu diskutieren, d.h. in erster Linie die Gesamtbevölkerung zu bestimmen.

Damit scheint deshalb ein Problem verbunden zu sein, weil oben davon ausgegangen wurde, dass die Zahl der Gesamtbeschäftigung der Konsumgüterherstellung bekannt ist. Es hat sich aber bei der Diskussion des Partialmodells 'Produktion' herausgestellt, dass zur Bestimmung des Haushalteinkommens die Zahl der Beschäftigten (und damit Gesamtbevölkerung) nicht als bekannt vorauszusetzen ist. Somit braucht die Bestimmung der Gesamtbevölkerung nicht simultan mit der des Einkommens zu erfolgen.

8.2.2 Die Bestimmung der Wohnbevölkerung

Mit der Wohnbevölkerung ist im folgenden die Zahl der Haushalte und damit die Zahl der Beschäftigten gemeint. Weil die Landnachfrage vom einzelnen Haushalt ausgeht, interessiert in erster Linie diese Zahl und nicht die Gesamtbevölkerung.

Das Vorgehen zur Lösung des Problems ist schon kurz angedeutet worden: die Landnachfrage des einzelnen Haushalts ist bei gegebenen Preisen in bekannter Weise von der Entfernung von Stadtzentrum abhängig. Wie auch gezeigt worden ist, folgt aus diesem Zusammenhang direkt die Dichtefunktion der Wohnbevölkerung, eine Beziehung, die die Anzahl Haushalte je Flächeneinheit für jede Entfernung von Zentrum festlegt. Die den Haushalten insgesamt zustehende Fläche der Stadt erlaubt es also zusammen mit der Dichtefunktion die Stadtbevölkerung zu bestimmen.

Die Stadt setzt sich dann aus (N) Haushalten zusammen, die alle dasselbe Nutzenniveau ($\bar{V}$) realisieren, jene Gütermengen konsumieren die sie bei gegebenen Preisen und Einkommen wünschen und ihr Nutzenniveau durch eine Standortverschiebung innerhalb der Stadt nicht verändern können.

Die Gesamtbevölkerung ist formal folgendermassen zu bestimmen:

$$(8.1) \quad N = 2 \cdot \pi \cdot \theta_2 \int_{\bar{x}}^{\infty} l(x)^{-1} \cdot x \cdot dx ,$$

mit

θ_2 = Anteil der Landreserven, die effektiv für Wohnbauten genutzt werden können.

$l(x)^{-1} = d(x)$ = Dichte der Wohnbevölkerung als Funktion der Entfernung.

Der Ausdruck $(2\pi\theta_2 \cdot l(x)^{-1} \cdot x)$ bestimmt jene Zahl der Haushalte, die in der Entfernung (x) wohnen können. Mit dem Integral wird davon die Summe über alle (x) gebildet.

Obwohl in Abschnitt 7.2.2 bei der Aggregation der Produktion im Gegensatz zum jetzt zu diskutierenden Problem nicht eine absolute Faktornachfrage sondern nur das Faktoreinsatzverhältnis ($n(x)/h(x)$) in Abhängigkeit der Entfernung bekannt war, ist die Lösung dieses Problems praktisch identisch mit der dort ange-

wendeten Methode. Das Ergebnis weicht einzig in den Variablen und Parametern, nicht aber in der Form von dem dort hergeleiteten Resultat ab.

Durch Einsetzen der speziellen Funktion für den Landbedarf (6.15) in die Beziehung (8.1) folgt¹⁾:

$$(8.2) \quad N = 2\pi\theta_2 \cdot C_3^{-1} \cdot p_k^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \bar{V}^{-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot p_z^{-\frac{\gamma}{\alpha(1-\gamma)}} \cdot \int_{\bar{x}}^{\bar{x}} \frac{1}{(y-t\bar{x})^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}}} \cdot x \cdot dx$$

Unter Anwendung der Substitutionsmethode folgt daraus für die Zahl der Haushalte²⁾:

$$(8.3) \quad N = 2 \cdot \pi \cdot \theta_2 \cdot p_k^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \bar{V}^{-\frac{1}{\alpha \cdot \delta}} \cdot \left(-\frac{1}{t}\right) \cdot p_z^{-\frac{\gamma}{\alpha \cdot \delta}} \cdot C_4 \cdot \left[(y-t\bar{x})^{\frac{1}{\alpha \cdot \delta}} \cdot (\bar{x} \cdot t + \alpha \delta \cdot y) - (y-t\bar{x})^{\frac{1}{\alpha \cdot \delta}} \cdot (\bar{x} \cdot t + \delta \alpha \cdot y) \right],$$

mit $\delta = 1-\gamma$

$$C_4 = (1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \alpha \cdot \left(1 + \frac{\delta}{\gamma}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\delta}\right)^{1-\gamma} \cdot (\delta \cdot \alpha)$$

Es braucht hier nicht besonders zu stören, dass der Ausdruck (8.3) eine nicht sehr komfortable Form aufweist, denn wie sich zeigen wird, lassen sich die meisten Fragen trotzdem auf einfache Art beantworten.

Eine wichtige Fragestellung ist davon allerdings ausgeschlossen:

1) Mit Hilfe der 'bid price'-Funktion (6.12) lassen sich p_k und $\bar{V}$ durch $r(\bar{x})$ ersetzen.

2) Vgl. dazu die Herleitung für den Produktionssektor im Anhang A4.1.

es ist nicht möglich, diejenige Stadtgrösse ($\bar{x}$) anzugeben, die einer bestimmten Wohnbevölkerung den entsprechenden Wohnraum bietet, wenn der Bodenpreis in der nicht-urbanen Verwendung $r(\bar{x})$ bekannt ist¹⁾. Dies hängt damit zusammen, dass die Beziehung (8.3) nicht nach dem Radius ($\bar{x}$) aufgelöst werden kann²⁾. Hingegen kann im Rahmen dieses Modells auch die 'geschlossene' Stadt behandelt werden, d.h. es lässt sich unter denselben Voraussetzungen für eine Stadt bestimmter Grösse ($\bar{x}$, $\bar{x}$) und Bevölkerungszahl (N) das im Maximum realisierbare Nutzenniveau eines Haushalts feststellen.

In allgemeiner Schreibweise ist die Zahl der Haushalte in der vorgegebenen Stadt folgendermassen anzugeben:

$$(8.4) \quad N = N \left(p_k, p_z, y, t, \bar{V}, \bar{x}, \bar{x} \right)$$

oder

$$(8.5) \quad N = N \left(r(\bar{x}), y, t, \bar{x}, \bar{x} \right).$$

8.3 Die Veränderung der Stadtgrösse³⁾ - komparativ-statische Ergebnisse

8.3.1 Bevölkerungsdichte und Stadtgrösse

Wie schon in der Diskussion des Sektors der Konsumgutproduzenten ist es auch hier nicht möglich aus (8.3) alle Änderungen Erklä-

1) Zum Zusammenhang zwischen $r(\bar{x})$ und V vgl. Abschnitt 7.2.2.2 .

2) Bei (8.3) handelt es vereinfacht um eine Gleichung in der Form $y = c \cdot (a-x)^{1/d} \cdot (b-x)$. Eine Gleichung dieser Form kann nur in hier nicht gegebenen Spezialfällen nach (x) aufgelöst werden.

3) Die Stadtgrösse wird hier an der Bevölkerung gemessen.

render der Stadtbevölkerung eindeutig im allgemeinen Fall¹⁾ anzugeben. Weil sich über die Funktion der Bevölkerungsdichte die entsprechenden Fragen einfacher beantworten lassen, wirkt dieser Umstand aber nicht als besonders störend.

Da die Bevölkerungsdichte definiert worden ist als die Anzahl Haushalte je Flächeneinheit, wird eine Aenderung der Dichte in jeder Entfernung (x) eine gleichgerichtete Aenderung der Gesamtbevölkerung bewirken.

Aufgrund dieser Ueberlegung kann die Abhängigkeit der Zahl der Haushalte von ihren erklärenden Variablen bis auf die Stadtradien mindestens dem Vorzeichen nach angegeben werden.

Diese Variablen sind nun im einzelnen zu untersuchen.

8.3.2 Die Abhängigkeit der Stadtgrösse von ausgesuchten Bestimmungsfaktoren

8.3.2.1 Nutzenniveau

Die Frage nach den Auswirkungen einer exogenen Aenderung des Nutzenniveaus mag irreführend wirken. Was hier gemeint ist, ist die Frage nach den notwendigen Anpassungen des Modells, wenn für den Haushalt ein höheres Nutzenniveau erreichbar sein soll. Die Beantwortung beider Fragestellungen bleibt jedoch dieselbe, so dass dennoch der Ausdruck $dN/d\bar{V}$ gebildet wird.

Aus (8.3) folgt sofort:

$$\frac{dN}{N} = \left(-\frac{1}{\alpha \cdot \bar{c}}\right) \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} < 0$$

Die Gesamtbevölkerung muss kleiner werden, wenn das Nutzenniveau des städtischen Haushalts steigen soll, wobei die relative Veränderung der Bevölkerung um ein Mehrfaches grösser ist als die des Nutzens.

1) D.h. ohne numerische Restriktionen für die Parameter und die Variablen angeben zu müssen.

Das Resultat ist nicht überraschend, denn der Nutzen des Haushalts ist eine Funktion der konsumierten Gütermengen, u.a. also vom Gut 'housing'. Weil im Modell damit aber auch eine Mehrnachfrage nach Land verbunden ist, bietet eine Stadt mit vorgegebenen Landreserven nur noch einer kleineren Zahl von Haushalten Raum.

8.3.2.2 Bodenpreis

Aufgrund der eben dargelegten Argumentation wird für einen steigenden Bodenpreis für das Umland der Stadt ($r(\bar{x})$) eine grössere städtische Wohnbevölkerung erwartet. Eine Verteuerung des Bodens an der Stadtgrenze bewirkt gleichzeitig überall innerhalb der Stadt eine Verteuerung (räumliches Gleichgewicht) des Bodens wie auch des 'housing'-Preises und führt dadurch zu einer reduzierten 'housing'-Nachfrage der einzelnen Haushalte. Die Stadtbevölkerung im Gleichgewicht muss deshalb eine grössere sein, und zwar entspricht die relative Zunahme gerade derjenigen des Preises:

$$dN/N = dr(\bar{x})/r(\bar{x})^1)$$

Es kann an dieser Stelle nochmals in Erinnerung gerufen werden, dass die Preiserhöhung ein relatives Abfallen des Nutzenniveaus verursacht, die der $(\alpha \cdot \delta)$ -fachen²⁾ relativen Aenderung des Preises entspricht. Die induzierte Verminderung ist jedoch gegenüber dem Modell ohne einen 'housing'-Sektor um den Faktor (α) kleiner, da ein Teil der Bodenpreissteigerung durch Substitution von Land durch Kapital aufgefangen wird.

1) Das Ergebnis folgt direkt aus der Beziehung (8.3), wenn anstelle von $\bar{V}$ und p_k der Bodenpreis $r(\bar{x})$ eingesetzt wird.

2) Folgt aus Beziehung (6.12).

8.3.2.3 Transportkosten und Haushalteinkommen

Die Beantwortung der Frage, was bei einer Zunahme der Transportkosten für die Grösse Stadtbevölkerung zu erwarten ist, kann nicht direkt anhand der Beziehung (8.3) erfolgen. In diesem Fall sei auf den Zusammenhang zwischen Stadtgrösse und Bevölkerungsdichte verwiesen¹⁾. Demnach müssen wir uns aber auf das Vorzeichen beschränken und können über die Grössenordnung der Anpassung zu keiner Aussage mehr gelangen.

Zu diesem Zweck genügt es, die Beziehung (6.19) auf eine Aenderung der Transportkosten hin zu untersuchen:

$$d(x) = z_4 \cdot (y - tx)^{\frac{1}{\alpha\delta} - 1} \quad 2)$$

mit der partiellen Ableitung nach (t):

$$\frac{\partial d(x)}{\partial t} = \left(\frac{1}{\alpha \cdot \delta} - 1 \right) \cdot \frac{d(x)}{y - tx} \cdot (-t) < 0 \quad .$$

Diese Ableitung ist negativ, denn für die Parameter gilt: $(\alpha, \delta < 1)$. Damit weist der erste Faktor der rechten Seite ein positives Vorzeichen auf und der Ausdruck wird insgesamt negativ. Die steigenden Transportkosten bewirken also eine Verringerung der Bevölkerungsdichte an jeder Stelle (x), was einer Abnahme der gesamten Wohnbevölkerung gleichkommt:

$$\frac{dN}{dt} < 0 \quad .$$

Eine Erhöhung der Transportkosten ist einer Verringerung des Einkommens gleichzusetzen. Soll der einzelne Haushalt unter dieser Voraussetzung immer noch dasselbe Nutzenniveau realisieren können, so werden die Haushalte nur noch einen tieferen

1) Vgl. Abschnitt 8.3.1 .

2) Die Grösse z_4 ist von (t) unabhängig.

'housing'-Preis bieten und davon dann mehr nachfragen. Als eine Konsequenz ergibt sich daraus eine kleinere Anzahl von städtischen Haushalten.

Für die Veränderung des Einkommens gilt also:

$$\frac{dN}{dy} = > 0 .$$

8.3.2.4 Konsumgüterpreis

Die Verteuerung des Konsumguts bedeutet eine relative Verbilligung des Gutes 'housing' und damit eine Mehrnachfrage nach diesem Substitut. Weil alle anderen Preise unverändert bleiben, ist mit einer Verminderung des Nutzenniveaus der Haushalte zu rechnen.

Die dadurch indirekt vergrößerte Landnachfrage eines Haushalts führt zu einer kleineren Zahl von Haushalten im neuen Gleichgewicht:

$$\frac{dN}{N} = \left(- \frac{\gamma}{\alpha \cdot \delta} \right) \cdot \frac{dp_z}{p_z} .$$

8.3.2.5 Stadtgrösse

Mit der Veränderung der Stadtgrösse ist hier die Vergrößerung von $(\bar{x})$ angesprochen.

Der Effekt auf die Zahl der städtischen Haushalte ist ein zweifacher:

- das Landangebot wird ausgedehnt,
- ein unveränderter Bodenpreis ($r(\bar{x})$) verschiebt die 'bid price'-Funktion nach oben und bewirkt eine Vergrößerung der Land- resp. 'housing'-Nachfrage der Haushalte.

Der zweite Effekt ist innerhalb des ursprünglichen Stadtradius identisch mit dem einer Erhöhung des Bodenpreises an der alten Stadtgrenze. In Abschnitt 8.3.2.1 ist dieser Fall diskutiert worden. Eine grössere Gesamtbevölkerung steht in Einklang mit einem höheren Bodenpreis.

Da die räumliche Ausdehnung der Stadt ebenfalls einen positiven Einfluss auf die mögliche Gesamtbevölkerung im Gleichgewicht hat, ist der Einfluss von $d\bar{x}$ also auch gesamthaft positiv: $dN/d\bar{x} > 0$.

Weiter oben¹⁾ ist bereits begründet worden, weshalb sich über den quantitativen Aspekt einer solchen Veränderung keine Angaben machen lässt.

8.3.2.6 Tabellarische Zusammenfassung der Resultate

Die in Tabellenform zusammengefassten Ergebnisse dieses Kapitels sollen darüber Auskunft geben, welches Vorzeichen für die Änderung der zu erklärenden Modellvariablen durch eine positive Veränderung der in der entsprechenden Kolonne aufgeführten erklärenden Variable zu erwarten ist. Die Vorzeichen sind immer unter der Annahme der Konstanz aller übrigen²⁾ als exogen aufgeführten Variablen hergeleitet. Im Text haben wir uns darauf beschränkt, nur die Vorzeichen der Bevölkerungszahl (N) herzuleiten und zu diskutieren. Auf dieselbe Weise sind aber auch die Vorzeichen für die übrigen Problemstellungen abzuleiten. Die Tabelle enthält die Ergebnisse der entsprechenden Fälle.

1) Vgl. Abschnitt 8.2.2.

2) Vgl. Abschnitt 7.2.2.

Tabelle 8.1: Ergebnisse der komparativ-statischen
Analyse des Haushaltsektors

Erklärende	V	$r(\bar{x})$	$\bar{x}$	t exogen		y exogen		p_z
				V	$r(\bar{x})$	V	$r(\bar{x})$	
Endogene								
Bevölkerung	N	<	>	<	>	>	<	<
Nutzen	V		<	<	<	<	<	<
Bodenpreis	$r(x)$	<	>	>	<	>	<	<

Erläuterung: > : grösser Null

< : kleiner Null

9. Eigenschaften des Gesamtmodells

9.1 Einleitung

Nachdem die Eigenschaften der aggregierten Partialmodelle des, in Abschnitt 7 vorgestellten, Gesamtmodells bekannt sind, bleibt hier noch abzuklären, in welcher Weise Änderungen des Gleichgewichtszustands in einem Partialmodell sich auf das andere Partialmodell übertragen.

Dabei sind zwei Fälle auseinander zu halten auf die bereits in Abschnitt 7.2.2.3 hingewiesen worden ist. Wie in der einleitend vorgestellten Modellübersicht betont wurde, kann das Gesamtmodell dann als vollständig rekursiv geschrieben werden, wenn der Güterverkaufspreis (p_z) als exogene Variable vorgegeben wird, während bei der Festlegung von $r(\bar{x})$ als exogene Variable das Gesamtmodell blockweise rekursiv wird und der Güterpreis eine Endogene des Modells darstellt¹⁾.

In der komparativ-statischen Betrachtung des Modells sei die Analyse auf exogene Veränderungen der drei folgenden Variablen beschränkt:

- Bodenpreis an der Stadtgrenze $r(\bar{x})$
- Transportkosten (t)
- Güterpreis (p_z).

Die Untersuchung von Störungen der sektoralen Gleichgewichte im Gesamtmodell bringt gewisse Schwierigkeiten mit sich, auf die nun kurz einzugehen ist.

Jede Änderung einer exogenen Variablen führt zunächst einmal zu den diskutierten Anpassungen in den zwei Partialmodellen 'Produktion' und 'Wohnen'. Dadurch wird in der Diskussion im Rahmen

1) Siehe das Gleichungssystem (7.2, 7.4, 6.11, 7.3b) in Abschnitt 7.2.2.3 .

des Gesamtmodells die c.p.-Annahme verletzt, denn die nun zu berücksichtigende Interdependenz der zwei Partialmodelle bewirkt über die genannten Transmissionsmechanismen gleichzeitig Störungen weiterer erklärender Variablen in den Partialmodellen, so dass zumindest nicht lediglich die partiellen Ableitungen betrachtet werden können.

In erster Linie interessieren in diesem Abschnitt die zwei zu erklärenden Variablen 'Haushalteinkommen' und 'Gesamtbevölkerung' und deren, durch Störungen der Exogenen hervorgerufenen Änderungen.

Nun konnte aber gezeigt werden, dass die zwei Bestimmungsgleichungen für (y) und (N) in beiden Fällen der diskutierten Annahmen bezüglich der Exogenität der Variablen eine rekursive Lösung möglich ist. Dies bedeutet aber nicht, dass auch alle Störungen rekursiv untersucht werden können¹⁾, d.h. Änderungen des Gleichgewichts im Partialmodell der 'Produktion' lassen sich u.U. nicht ohne Rückgriff auf den Haushaltsektor beantworten.

Es wird sich zeigen, dass die Vorzeichen der Veränderungen insgesamt kaum eindeutig sind, da über die quantitativen Anpassungen in den Partialmodellen keine Aussagen möglich waren.

1) Um es nochmals in Erinnerung zu rufen: die rekursive Form beruht auf der Voraussetzung, dass kleine Änderungen der Bevölkerung (N) ohne Einfluss auf den Skalenparameter $(A(N))$ sind. Die Interdependenz läuft hier u.a. aber über die 'bid price'-Funktion der Haushalte, und diese setzt die Kenntnis von (y) voraus. Um die Störung des Bodenpreises an der Stadtgrenze $(\bar{x})$ auf eine solche an der Grenze (x) zu übertragen, ist der Simultaneität des Gesamtmodells Rechnung zu tragen.

9.2 Komparativ-statische Eigenschaften

9.2.1 Bodenpreis

Die Frage nach den Reaktionen des Gesamtmodells auf eine exogene Bodenpreissteigerung¹⁾ ist nun relativ einfach zu beantworten, da die Anpassungen in den zwei Partialmodellen bereits diskutiert worden und in den Tabellen (7.1) und (8.1) festgehalten sind.

Demnach sind hier zwei Fälle zu unterscheiden: die Unterstellung eines exogenen Bodenpreises $r(\bar{x})$ bedingt die Endogenität entweder des Güterpreises oder des Lohnes.

a) Endogene Anpassung des Lohns (w).

Im Partialmodell PRODUKTION gilt:

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} + \frac{\partial y}{\partial w} \cdot \frac{\partial w}{\partial r(\bar{x})} \right] \cdot dr(\bar{x}) .$$

Dieser Ausdruck ist bereits bekannt, und als Ergebnis ergab sich $dy/dr(\bar{x}) < 0$.

Allerdings gilt es nun zu beachten, dass nicht von $dr(\bar{x})$ sondern $dr(x)$ auszugehen ist. Für $dr(\bar{x})$ ist also einzusetzen:

$$dr(\bar{x}) = \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial y} \cdot dy$$

$$\text{mit } \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial r(\bar{x})} = 1, \quad \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial y} > 0 .$$

Durch Einsetzen folgt für dy :

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} + \frac{\partial y}{\partial w} \cdot \frac{\partial w}{\partial r(\bar{x})} \right] \cdot \left[\frac{\partial r(\bar{x})}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial r(\bar{x})}{\partial y} \cdot dy \right] .$$

1) Damit ist die Zunahme des Preises in der nicht-urbanen Nutzung des Bodens gemeint, d.h. an der Stadtgrenze ($\bar{x}$).

Aufgrund dieses totalen Differentials ist eine allgemeingültige Aussage über das Vorzeichen nicht möglich, und es hängt dann von den Funktionsparametern ab, ob eine zu- oder Abnahme des Einkommens mit der Verteuerung des Bodens verbunden ist:

$$\frac{dy}{dr(\bar{x})} \gtrless 0 .$$

Für die Bevölkerungszahl im Partialmodell WOHNEN gilt demnach:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy ,$$

mit

$$\frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} > 0 , \quad \frac{\partial N}{\partial y} < 0 \quad \text{und} \quad dy \gtrless 0 . \quad 1)$$

Die durch eine Bodenpreissteigerung verursachte Störung des Gleichgewichts bewirkt eine Anpassung der Gesamtbevölkerung, über deren Richtung keine allgemeingültige Aussage möglich ist.

b) Endogene Anpassung des Güterpreises (p_z).

Im Partialmodell PRODUKTION ändert sich gegenüber dem eben diskutierten Fall a) wenig. Das totale Differential lautet:

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial r(\bar{x})} + \frac{\partial y}{\partial p_z} \cdot \frac{\partial p_z}{\partial r(\bar{x})} \right] \cdot dr(\bar{x}) .$$

1) In diesem Fall muss V, das Nutzenniveau, endogenen Charakter haben.

Da hier schon über den Zusammenhang von Einkommen und Konsumgüterpreis Unklarheit herrscht, steht bereits fest, dass sich über die Richtung der Anpassung des Einkommens auch nicht viel Bestimmtes sagen lässt:

$$\frac{dy}{dr(\bar{x})} \gtrless 0 .$$

Weil im Partialmodell WOHNEN der Konsumgüterpreis (p_z) explizit in der Beziehung für die Zahl der Gesamtbevölkerung auftritt (im Gegensatz zum Lohn), muss das totale Differential diese endogene Anpassung miteinbeziehen:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial N}{\partial p_z} \cdot dp_z ,$$

$$\text{mit } \frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} , \quad \frac{\partial N}{\partial y} > 0 \quad \frac{\partial N}{\partial p_z} < 0 .$$

Für dp_z und dy liegen über das Vorzeichen keine Informationen vor, so dass sich nicht sagen lässt, ob die Gesamtbevölkerung im neuen Gleichgewicht des Gesamtmodells grösser oder kleiner ist.

9.2.2 Transportkosten

In der Situation steigender Transportkosten sind über die Anpassungen von Störungen im Gesamtmodell eindeutige Aussagen möglich.

Im Produktionssektor haben die höheren Transportkosten zur Folge, dass das den Haushalten zufließende Einkommen (y) fällt:

$$\frac{dy}{dt} < 0 .$$

Um im Partialmodell PRODUKTION räumliches Gleichgewicht beizubehalten, wird die 'bid price'-Funktion in diesem Sektor nach unten verschoben. Dies bedingt, dass auch im Partialmodell eine solche Verschiebung stattfindet¹⁾.

Im Partialmodell WOHNEN sind somit die folgenden Änderungen von erklärenden Variablen der Gesamtbevölkerung zu berücksichtigen:

$$dN = \frac{\partial N}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} \cdot dr(\bar{x}) ,$$

$$\text{mit } \frac{\partial N}{\partial y} > 0 , \quad \frac{\partial N}{\partial r(\bar{x})} < 0 , \quad \frac{\partial N}{\partial t} < 0 ,$$

$$\text{und } dy > 0 , \quad dr(\bar{x}) < 0 , \quad dt > 0 .$$

Für die städtische Gesamtbevölkerung ist bei einer Erhöhung der Transportkosten also eine Abnahme zu erwarten:

$$\frac{dN}{dt} < 0 .$$

9.2.3 Güterpreis (p_z)

Wir wissen inzwischen, dass ein exogener Güterpreis einen endogenen Bodenpreis an der Grenze ($\bar{x}$) bedingt. Folglich muss bei der Betrachtung der Veränderung des Haushalteinkommens (y) durch eine exogene Erhöhung des Güterpreises (p_z) auch die induzierte Anpassung des Bodenpreises ($r(x)$) miteinbezogen werden:

1) Vgl. Abschnitt 7.3.

2) Die partiellen Ableitungen von (n) nach (t) und (y) gelten unter der Annahme, dass V exogen ist.

$$dy = \left[\frac{\partial y}{\partial p_z} + \frac{\partial y}{\partial r(x)} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial p_z} \right] \cdot dp_z ,$$

wobei gilt:

$$\frac{dy}{dp_z} > 0 .$$

Zur Veränderung der Gleichgewichtsbevölkerung tragen somit die folgenden Faktoren bei:

$$\begin{aligned} dN &= \frac{\partial N}{\partial p_z} \cdot dp_z + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial N}{\partial r(x)} \cdot dr(x) \\ &= \left[\frac{\partial N}{\partial p_z} + \frac{\partial N}{\partial r(x)} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial p_z} \right] \cdot dp_z + \frac{\partial N}{\partial y} \cdot dy , \\ \text{mit } dy &= \left[\frac{\partial y}{\partial p_z} + \frac{\partial y}{\partial r(x)} \cdot \frac{\partial r(x)}{\partial p_z} \right] \cdot dp_z . \end{aligned}$$

Wie zu erwarten war, ist die Richtung der Anpassung der Wohnbevölkerung im Gesamtmodell bei einer exogenen Güterpreisveränderung im allgemeinen Fall nicht zu bestimmen.

9.2.4 Beurteilung der Ergebnisse

In Anbetracht der wenig konkreten Aussagen bezüglich der zu erwartenden Modellanpassungen für das Gesamtsystem mag die Frage auftauchen, was die Interdependenz der zwei Sektoren überhaupt zu leisten vermag.

Grundsätzlich ist festzuhalten, dass der Gewinn des vorliegenden Ansatzes nicht anhand der Möglichkeit beurteilt werden kann, allgemeingültige Ergebnisse aus der komparativ-statischen Analyse herzuleiten.

In erster Linie ging es darum, die prinzipiell unbestrittenen Abhängigkeiten der städtischen Produktion vom Arbeitsangebot einerseits und des Einkommens von der Stadtgrösse andererseits modellmässig zu erfassen. Dabei interessieren natürlich die Anpassungen des Modells an exogene Störungen. Diese Anpassungen sind aber immer abhängig von den gewählten Funktionstypen, den Parametern und den numerischen Startwerten des Modells. Deshalb darf es nicht überraschen, dass sich wenig allgemeingültige Resultate ableiten liessen.

Das Anliegen des Modells kann es nur sein, partielle Lösungen herzuleiten und zu diskutieren, dabei aber immer die voraussetzungsbedingten Vorbehalte nicht zu vergessen.

Es wurde hier der Versuch unternommen, das Gerüst eines Gesamtmodells der städtischen Landnutzung zu entwerfen und dabei einfache Verhaltensannahmen für die Wirtschaftssubjekte zu verwenden. Wie komplex oder umfangreich das Modell auch immer angelegt wird, es sind letztlich die fehlenden empirischen Informationen die sich den Modellaussagen als Hindernisse in den Weg stellen.

Auf eine notwendige Voraussetzung ist bei der Behandlung des Stadtmodells und seinen Eigenschaften nicht eingegangen worden. Es geht um die Frage, wie und ob die jeweils als Gleichgewichtslösung hergeleitete Stadtbevölkerung und deren Veränderung auch tatsächlich zustande kommen können. Damit ist eigentlich die Migrationstheorie angesprochen, denn diese versucht zu zeigen, welche Ursachen für Anpassungen der Wohnbevölkerung verantwortlich sein können. Die Ergebnisse des vorgestellten Modells sollten also auch mit migrationstheoretischen Überlegungen in Einklang gebracht werden können. Auf diesen Punkt ist deshalb noch etwas näher einzugehen.

9.3 Das städtische Gesamtmodell und migrations- theoretische Erwägungen

9.3.1 Einleitung

Die Ueberprüfung unserer Ergebnisse auf ihre Konsistenz mit migrationstheoretischen Modellerwartungen ist insofern nur beschränkt möglich, als dass die Migrationstheorie auf Ungleichheiten zweier getrennter Gebiete (Ab- resp. Zuwanderungsgebiet) u.a. in bezug auf ihre ökonomischen Voraussetzungen beruht. Weil hier jedoch nur ein isoliertes städtisches Gebiet betrachtet wird, sind die Ergebnisse unter der Annahme zu beurteilen, dass sich an den Voraussetzungen der Umwelt nichts ändert. Unter diesen Bedingungen lassen sich die hergeleiteten Resultate mit den Erwartungen aus der Migrationstheorie vergleichen.

9.3.2 Einige Implikationen der Migrationstheorie

Einer der wenigen mikroökonomisch fundierten Ansätzen zu einer Migrationstheorie stellt die Arbeit von Sjaastad¹⁾ dar. Darin wird der Grundstein für eine Theorie der Migration gelegt, die diese als Investition in das Humankapital interpretiert. Gemäss diesem Ansatz ändert ein Wirtschaftssubjekt dann seinen Wohn- resp. Arbeitsort, wenn der Gegenwartswert seines erwarteten Real- einkommens am neuen Standort dasjenige am Ausgangsort um mehr als die Migrationskosten übersteigt. Durch die Migration sollte es dem Wirtschaftssubjekt also gelingen eine Zunahme des Real- lohns zu erreichen, die sich errechnen und als Ertrag aus der Investition betrachten lässt.

Der Ansatz, die Migration als Investitionsentscheid in das Human- kapital aufzufassen, hat zur Schätzung von empirischen Migra- tionsfunktionen geführt²⁾, deren Ergebnisse darauf hindeuten,

1) Sjaastad (1962).

2) Z.B. Bowles (1970).

dass die Migration durch Regionen mit höheren Lohn- oder Einkommenssituationen einen Anreiz erfährt.

Allerdings machen Yezer und Thurston¹⁾ darauf aufmerksam, dass einige Beobachtungen von Migrationsbewegungen mit dem Investitionsmodell in Widerspruch zu stehen scheinen. Es zeigte sich, dass die Bruttomigration zwischen zwei Gebieten häufig wesentlich grösser ist als die Nettomigration, und dass Migrationsbewegungen in einer Richtung gleichzeitig auch mit solchen in der entgegengesetzten Richtung zusammen auftreten. Da es sich bei den Auswanderern sehr häufig um Rückwanderer, also solche Wirtschaftssubjekte handelt die durch das Einkommensgefälle ursprünglich zu einer Migration veranlasst wurden, vermag die Humankapitaltheorie die Bruttomigration nicht befriedigend zu erklären. Yezer und Thurston schlagen deshalb vor, den Ansatz von Sjaastad um ein 'Job Search'-Modell²⁾ zu erweitern, und können damit die Entscheidung der Migranten erklären, am Zielort zu bleiben oder eventuell wieder zurückzuwandern. Da dieses Modell darauf beruht, dass für den Migranten sehr hohe Kosten im Zusammenhang mit der Informationsbeschaffung über die Arbeitsmarktsituation am Zuwanderungsort anfallen, und der Migrant während der Zeit der Suche nach einer ihm passenden Beschäftigung arbeitslos ist, dürfte ein solches Modell kaum geeignet sein, die Migration zwischen eng verbundenen Räumen in kleinen Volkswirtschaften wesentlich besser zu erklären.

Wenn aber weiter an der Humankapital-Theorie zur Erklärung der Nettomigration festgehalten wird, so sollte einer zusätzlichen Variablen Beachtung geschenkt werden, die für die Erwartungs-

1) Yezer und Thurston (1975).

2) Das Standard 'Job Search'-Modell besagt, dass die Suche nach einer Beschäftigung solange fortgesetzt wird, bis der erwartete Grenzertrag des Gegenwartswerts des Einkommens gleich der Summe der Suchkosten und des Einkommensausfalls ist.

bildung bezüglich des Einkommens entscheidend sein dürfte. Die Veränderung der Beschäftigungsmöglichkeiten in einem Gebiet lässt sich als Indikator für die Einkommensentwicklung interpretieren, und deshalb sollte ihr in einem Migrationsmodell ebenfalls erklärender Charakter zukommen.

Die kausale Beziehung zwischen der Migration und der Veränderung der Beschäftigung scheint allerdings nicht eindeutig zu sein. So behandeln Borts und Stein¹⁾ die Veränderung in der Beschäftigung als durch die In-Migration induziert. Sie argumentieren, dass die Migration Investitionen auslöst, dadurch die Beschäftigungsnachfrage stimuliert und bei positiver Angebotselastizität diese auch erhöht.

Muth²⁾ ist dieser Frage ebenfalls nachgegangen und ist zu dem Schluss gekommen, dass sich die Migration und die Veränderung der Beschäftigung gegenseitig beeinflussen dürften³⁾. Exogene Störungen einer Variablen lösen somit in multiplikativer Art Änderungen in beiden Variablen aus. Das Einkommensgefälle zwischen zwei Regionen ist damit sowohl für die Migration wie auch für das Beschäftigungswachstum bedeutsam⁴⁾.

9.3.3 Vergleich der Ergebnisse des Stadtmodells und der Migrationstheorie

Mit den Annahmen für das Stadtmodell wurde im wesentlichen die Hypothese von Borts und Stein übernommen, die unterstellt, dass die Migration zu einer zusätzlichen Beschäftigung führt. Wenn also durch eine exogene Störung des Gleichgewichts eine

1) Borts und Stein (1964).

2) R. Muth (1971).

3) Er gelangt aufgrund theoretischer Überlegungen zu diesem Schluss, die hier nicht im einzelnen diskutiert werden können.

4) R. Muth (1971b), S. 295.

Veränderung der Stadtbevölkerung induziert wird, so kann die damit notwendigerweise verbundene Ein- oder Auswanderung migrationstheoretisch nur über eine Veränderung des Einkommensdifferentials zur Umwelt erklärt werden¹⁾. Im Modell müssten somit positive Änderungen des Haushalteinkommens mit einer Zunahme der Stadtbevölkerung verbunden sein und vice versa.

Eine Ueberprüfung der in Abschnitt 8.3 diskutierten Beispiele der komparativ-statischen Eigenschaften des Modells im Hinblick auf die migrationstheoretischen Erwartungen, lässt folgende Beurteilung zu:

Angenommen, die Veränderung des städtischen Haushalteinkommens würde auch einer gleichgerichteten Änderung des Einkommensdifferentials zwischen Stadt und Umland entsprechen, so kann festgehalten werden, dass das Landnutzungsmodell und das einfache Migrationsmodell mit der Einkommensdifferenz als erklärender Variablen eine Änderung der Stadtbevölkerung mit demselben Vorzeichen verlangen. Das vorgestellte Modell der städtischen Landnutzungsmodell weist also insofern günstige Eigenschaften auf, als dass es zu Gleichgewichtslösungen führt, die auch vom Standpunkt der Migrationstheorie vertretbar sind.

9.4 Zonierung - Eine Möglichkeit zur Einflussnahme auf die Landnutzung

9.4.1 Die Ausgestaltung der Zonierungsvorschriften

An verschiedenen Stellen in der Arbeit ist darauf aufmerksam gemacht worden, dass mit Hilfe von Zonierungsvorschriften Einfluss auf die Landnutzung im städtischen Gebiet ausgeübt werden kann. Dieses wichtige Instrument und seine Wirkungsweise sollen

1) Dieses entspricht der Veränderung des Einkommens in der Stadt, da vorauszusetzen ist, dass sich in der Umwelt nichts ändert.

deshalb noch ausführlicher behandelt werden. Allerdings kann es nicht darum gehen, die Implikationen der verschiedenen Fälle von Zonierungsvorschriften für das Gesamtmodell zu prüfen und dessen Anpassungen im Detail darzustellen¹⁾.

Unter dem Begriff der Zonierungsvorschrift ist folgendes zu verstehen: eine städtische Behörde kann Vorschriften darüber erlassen, wie stark das urbane Land im Maximum genutzt werden darf. Auf das Modell übertragen bedeutet dies, dass beispielsweise in einem bestimmten Gebiet der Stadt (beschrieben durch die Radien x_1 , x_2) ein maximal zulässiges Kapital/Land-Verhältnis in der 'housing'-Produktion vorgegeben wird.

Mit den Zonierungsvorschriften ist also etwas anderes angesprochen als die übliche Verwendung des Begriffs erwarten liesse, nämlich die Zuordnung von Land auf die verschiedenen Verwendungsarten. Obwohl auch diese Bedeutung der Zonierungsvorschrift auf das Modell übertragbar wäre²⁾, wollen wir uns auf den interessanteren Fall - die Vorgabe eines maximalen K/L-Quotienten - konzentrieren.

Zur Darstellung der Auswirkungen dieses Instruments soll seine Anwendung im Haushaltsektor als Beispiel diskutiert werden. Dabei ist der Rahmen der Analyse insofern zu präzisieren, als zwischen dem Modell der offenen und geschlossenen Stadt zu unterscheiden ist.

9.4.2 Zonierung in der geschlossenen Stadt

Aus Abschnitt 4 ist bekannt, dass die 'housing'-Produktion die zwei Faktoren Land und Kapital einsetzt, wobei die eingesetzten

1) Hierzu sind die Arbeiten von Courant (1976) und Rubinfeld (1978) erwähnenswert, die beide in zwei verschiedenen Gleichgewichtsansätzen die Effekte der Zonierung eingehend überprüfen.

2) Diese Art der Zonierung würde der Veränderung der Parameter θ_1 und θ_2 , also der Steuerung der für eine bestimmte Verwendung vorhandenen Landreserven entsprechen.

Faktormengen von den entsprechenden Preisen abhängig sind. Als Ergebnis konnte festgehalten werden¹⁾, dass das K/L-Verhältnis mit zunehmender Zentralität steigt (Vgl. Fig. 9.1).

Es sei nun das maximal zulässige Verhältnis auf $(K/L)_z$ fixiert. Diese Limitierung bedeutet vorerst, dass bei gegebenem Faktor-

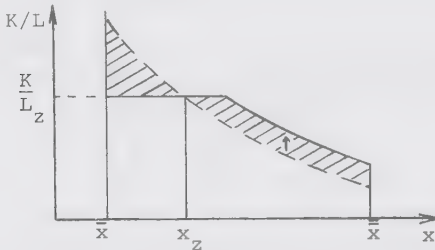


Fig. 9.1: Verlauf der K/L-Funktion
im Haushaltsektor

einsatz Land im Gebiet $(\bar{x}, x_z)$ weniger Kapital eingesetzt werden kann, und dass dadurch auch weniger vom Gut 'housing' produziert wird. Wenn die Bevölkerung unverändert bleiben soll, so muss demnach im Gebiet $(x_z, \bar{x})$ mehr von diesem Gut hergestellt werden, d.h. das K/L-Verhältnis muss dort steigen.

Für die Dichte der Bevölkerung hat dies zur Folge, dass im von der Zonierung betroffenen Gebiet eine Abnahme, im nicht zonierten Gebiet jedoch eine Zunahme zu registrieren ist.

Eine solche Veränderung der Landnutzung ist jedoch nur möglich, wenn die folgenden Anpassungen des Modells eintreten: eine Zunahme der Dichte der Wohnbevölkerung bedeutet, dass der einzelne Haushalt weniger 'housing' nachfragt. Dies tut er dann, wenn der Preis des Gutes steigt. Wenn im nicht-zonierten Gebiet der 'housing' Preis steigt, so muss auch im zonierten Gebiet dieser steigen damit das räumliche Gleichgewicht im Haushaltsektor erhalten bleibt.

1) Vgl. Abschnitt 4.2.2.2.

Eine weitere Konsequenz der Zonierung kann somit festgehalten werden: das Nutzenniveau der städtischen Haushalte fällt.

Die Zonierung hat aber für die Herstellung des Gutes 'housing' noch zusätzliche Folgen. Weil die effiziente Produktion verlangt, dass einerseits der Faktorpreis gleich dem Wertgrenzprodukt des Faktors und das Faktoreinsatzverhältnis proportional zum Faktorpreisverhältnis sein muss, führt die Beschränkung des K/L-Quotienten zur suboptimalen Produktion, da eine der beiden eben genannten Bedingungen verletzt wird¹⁾.

Zusammenfassend ist also festzuhalten: die Zonierung in der geschlossenen Stadt bewirkt ein Fallen des Nutzenniveaus der städtischen Haushalte und führt zur ineffizienten 'housing'-Produktion im zonierten Gebiet.

9.4.3 Zonierung in der offenen Stadt

Ein etwas anderes Bild ergibt sich für den Fall, wo mit einer Abwanderung der Bevölkerung gerechnet werden kann. Wieder ist davon auszugehen, dass lediglich ein Teil des Wohngebiets von der Zonierungsvorschrift betroffen wird. Die bestehende Möglichkeit der Abwanderung in der 'offenen' Stadt bedeutet, dass im nicht zonierten Gebiet keine Veränderung der Bevölkerungsdichte eintreten wird, so dass dort das Nutzenniveau gehalten werden kann.

Für die Herstellung von 'housing' im zonierten Gebiet ist wiederum eine ineffiziente Produktion die Folge, da bei einer unveränderten Funktion des 'housing'-Preises weniger vom Gut produziert wird resp. bei konstantem Land-input weniger Kapital eingesetzt wird. Der Bodenpreis im Gebiet ($\bar{x}$, x_z) muss gegenüber der Situation ohne Zonierungsvorschrift tiefer sein, so dass

1) Wenn sich der Bodenpreis dem Wertgrenzprodukt angleicht, so ist die zweite Bedingung verletzt, und umgekehrt ist die erste Bedingung verletzt, wenn das Faktorpreisverhältnis proportional dem Einsatzverhältnis ist.

die 'housing'-Herstellung nicht mehr gewinnlos ist¹⁾.

Als Ergebnis ist für den Fall der offenen Stadt somit festzuhalten: die Zonierung bewirkt, dass im davon betroffenen Gebiet weniger 'housing' produziert werden kann, und dass deshalb (bei gleichem 'housing'-Preis) dort weniger Haushalte (jedoch mit gleichem Nutzenniveau des einzelnen Haushalts) wohnen. Zudem führt die Zonierung auch in der offenen Stadt zur ineffizienten 'housing'-Produktion.

1) Der Bodenpreis ist tiefer als der durch die 'bid price'-Funktion beschriebene Preis, der bekanntlich aus den Bedingungen für die effiziente (und gewinnlose) Produktion abgeleitet wurde.

Anhang 1: Herleitungen zu Kapitel 4

A1.1 Die CES-Produktionsfunktion

Die partielle Ableitung der Produktionsfunktion

$$h(x) = \left(\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right)^{-\frac{1}{\rho}}$$

lautet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(x)}{\partial l(x)} &= \left(-\frac{1}{\rho} \right) \cdot h(x) \cdot \alpha \cdot (-\rho) \cdot l(x)^{-(1+\rho)} \cdot \\ &\quad \left(\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right)^{-1} . \end{aligned}$$

Einsetzen in die Gewinnmaximierungsbedingung $p_h(x) \frac{\partial h(x)}{\partial x} = r(x)$:

$$p_h(x) \cdot h(x) \cdot \left(\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right)^{-1} \cdot \alpha \cdot l(x)^{-(1+\rho)} = r(x) ,$$

und Auflösen nach $l(x)$ ergibt die Faktornachfrage des Produzenten nach Land:

$$\begin{aligned} l(x) &= \left[\alpha \cdot p_h(x) \cdot r(x)^{-1} \cdot h(x) \left(\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} \\ &= \left(\alpha \cdot p_h(x) \cdot r(x)^{-1} \right)^{\frac{1}{1+\rho}} \cdot \left[\left(\alpha \cdot l(x)^{-\rho} + (1-\alpha) \cdot k(x)^{-\rho} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{1+\rho} \right] \\ l(x) &= \left(\alpha p_h(x) r(x)^{-1} \right)^{\frac{1}{1+\rho}} \cdot h(x) . \end{aligned}$$

Die Stückkostenfunktion wird bestimmt durch Einsetzen der Nachfragefunktionen für die Faktoren in die Produktionsfunktion.

$$h(x) = h(x)^{-\rho \left(-\frac{1}{\rho} \right)} \cdot p_h(x)^{-\left(\frac{\rho}{1+\rho} \right) \frac{1}{\rho}} \cdot$$

$$\cdot \left[\alpha^{-\left(\frac{\rho}{1+\rho} \right) + 1} \cdot r(x)^{\frac{\rho}{1+\rho}} + (1-\alpha)^{-\left(\frac{\rho}{1+\rho} \right) + 1} \cdot p_k^{\frac{\rho}{1+\rho}} \right]^{-\frac{1}{\rho}}$$

Auflösen nach $p_h(x)$ der obigen Gleichung führt zu der Stückkostenfunktion (4.25).

Anhang 2: Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen im Haushaltsektor

A2.1 Die 'bid price'-Kurve der Haushalte

Die Ausgangsgleichung lautet:

$$\frac{\frac{\partial p_h(x)}{\partial x}}{p_h(x)} = \frac{d}{dx} \cdot \ln p_h(x) = (-t) \cdot \left((1-\gamma) \cdot (y - tx) \right)^{-1}$$

Die Integration beider Seiten über (x) ergibt

$$\ln p_h(x) = \int \frac{-t}{1-\gamma} \cdot (y - tx)^{-1} \cdot dx$$

Unter Anwendung der Substitutionsmethode folgt daraus:

$$\ln p_h(x) = - \frac{1}{1-\gamma} \cdot \int \frac{du}{u},$$

wobei $(y - tx)^{-1} = u$, und damit $dx = du \cdot \frac{1}{t} \cdot (y - tx)^2$.

Da $\int \frac{du}{u} = \ln u$, ist

$$\ln p_h(x) = - \frac{1}{1-\gamma} \cdot \ln (y - tx)^{-1},$$

und damit

$$p_h(x) = (y - tx)^{\frac{1}{1-\gamma}} + C$$

A2.2 Die 'housing'-Nachfrage der Haushalte und deren partielle Ableitung nach der Entfernung (x)

Die Nachfragefunktion (6.2) ergibt nach (x) abgeleitet:

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} = \left(1 + \frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^{-1} \cdot \left[(-t) \cdot p_h(x)^{-1} + (y - tx) \cdot (-1) \cdot p_h(x)^{-2} \cdot \frac{\partial p_h(x)}{\partial x} \right],$$

und da für $\partial p_h(x)/\partial x$ gilt:

$$\frac{\partial p_h(x)}{\partial x} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot \frac{p_h(x)}{(y - tx)} \cdot (-t) ,$$

folgt für

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(x)}{\partial x} &= \left(1 + \frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{-1} \cdot (-t) \cdot p_h(x)^{-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{1-\gamma}\right) \\ &= r \cdot \gamma \cdot p_h(x)^{-1} . \end{aligned}$$

A2.3 Gegenüberstellung der Land- und der 'housing'-Nachfragefunktionen

Aus den zwei Relationen

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(x)}{\partial x} &= z_1 \cdot (y - tx)^{-\frac{1}{1-\gamma}} \\ \frac{\partial l(x)}{\partial x} &= z_2 \cdot (y - tx)^{-\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} \end{aligned}$$

folgt für den Quotienten der zweiten partiellen Ableitungen

$$\frac{\frac{\partial^2 l(x)}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 h(x)}{\partial x^2}} = \frac{(1-\gamma) \cdot (y - tx) \cdot \frac{\partial l(x)}{\partial x}}{(1-\gamma) \cdot (y - tx) \cdot \frac{\partial h(x)}{\partial x}} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\frac{\partial l(x)}{\partial x}}{\frac{\partial h(x)}{\partial x}} . \quad (A2.31)$$

Der Quotient der ersten partiellen Ableitungen lässt sich folgendermassen angeben:

$$\text{Für } l(x) \text{ gilt: } l(x) = \alpha \cdot (y - tx) \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{-1} \cdot r(x)^{-1} ,$$

$$\text{mit } r(x) = (y - tx)^{\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}} .$$

Damit wird (A2.31) zu,

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\partial^2 l(x)}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 h(x)}{\partial x^2}} &= \frac{(1-\gamma) \cdot (-t) \cdot r(x)^{-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)}\right)}{(-t) \cdot p_h(x)^{-1} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^{-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{1-\gamma}\right)} \\ &= \frac{r(x)^{-1}}{p_h(x)^{-1}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{\alpha(1-\gamma)}\right)}{1 - \frac{1}{1-\gamma}}. \end{aligned}$$

Anhang 3: Herleitungen zum aggregierten Produktionssektor

A3.1 Aggregiertes Faktoreinsatzverhältnis

Auf den Ausdruck (7.10) kann die Regel der partiellen Integration angewendet werden:

$$(7.10) \quad \int (1-tx)^{\frac{1}{b\alpha}} \cdot x \cdot dx = F(x)$$

Die Funktion $F(x)$ ist eine Stammfunktion von $f(x)g'(x)$, und $f(x)$ und $g(x)$ sind integrierbar im Intervall I . Hier gelte:

$$(1-tx)^{\frac{1}{b\alpha}} = g'(x) \quad \text{und} \quad x = f(x) \quad .$$

Die Regel der partiellen Integration lautet also:

$$F(x) = \int f(x) \cdot g'(x) dx = g(x)f(x) - \int f'(x)g(x) dx.$$

Diese ergibt auf unser Problem angewendet:

$$\begin{aligned} F(x) &= x(-\frac{1}{t}) \cdot \frac{(1-tx)^{\frac{1}{b\alpha}+1}}{\frac{1}{b\alpha}+1} - \int (-\frac{1}{t}) \cdot \frac{(1-tx)^{\frac{1}{b\alpha}+1}}{\frac{1}{b\alpha}+1} \cdot dx \\ &= (-\frac{1}{t}) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b\alpha}+1} \cdot (1-tx)^{\frac{1}{b\alpha}+1} \cdot \left[x + (-\frac{1}{t}) \cdot \frac{1}{\frac{1}{b\alpha}+2} \cdot (1-tx) \right] . \end{aligned}$$

Um auf den Ausdruck (7.11) zu gelangen, sind in $F(x)$ die Intervallgrenzen (0) und $\bar{x}$ an Stelle von (x) einzusetzen:

$$\frac{N}{L} = 2\pi d_0 \cdot F(x) \Big|_0^{\bar{x}} \quad .$$

Anhang 4: Liste der Variablen (in alphabetischer Reihenfolge)

$A(N)$	Skalenparameter der Konsumgüterproduktion
H	Aggregierte 'housing'-Nachfrage
h	Einzelwirtschaftliche 'housing'-Nachfrage
k	Einzelwirtschaftliche Kapitalnachfrage
L	Aggregierte Landnachfrage
l	Einzelwirtschaftliche Landnachfrage
N	Gesamtbeschäftigung, Gesamtbevölkerung
$p_h(x)$	'housing'-Preis (an der Stelle x)
p_k	Kapitalpreis
p_z	Konsumgüterpreis
$r(x)$	Bodenpreis (an der Stelle x)
t	Transportkosten je Distanzeinheit
U	Nutzenfunktion des Haushalts
V	Nutzenniveau des Haushalts, indirekte Nutzenfunktion
w	Lohn
x	Entfernung zum Stadtzentrum
$\bar{x}$	Grenze zwischen 'Produktion' und 'Wohnen'
$\underline{x}$	Stadtgrenze
y	Haushalteinkommen
Z	Gesamtproduktion (Konsumgüter)
z	Einzelwirtschaftliche Produktion

Anhang 5 : Zu den Ergebnissen einer Untersuchung über die
Grundstückpreise in der Stadt Zürich¹⁾

Die Analyse der durch die Grundbuchämter der Stadt Zürich erstellten Handänderungsanzeigen durch das Statistische Amt der Stadt Zürich für den Zeitraum zwischen 1970 und 1977, liefert einige, für unsere Arbeit interessante Ergebnisse.

Obwohl wegen den grossen jährlichen Unterschieden der umgesetzten Grundstückflächen in quantitativer sowie in qualitativer Hinsicht die durchschnittlichen Grundstückpreise nicht unbedingt als repräsentativ für den gesamten Flächenbestand angesehen werden können, sind dennoch einige Resultate hervorzuheben.

Die höchsten Grundstückpreise werden dort erzielt, wo Gebäude zu Arbeitszwecken errichtet werden können oder wo eine besonders hohe Wohnnutzung zugelassen ist. Der höchste durchschnittliche Bodenpreis von Fr. 15'741.- (1977) je m² wurde für unbebaute Fläche in der Kernzone erzielt, während für Boden in der Wohnzone E (Ausnützungsziffer 55%) ein durchschnittlicher Preis von Fr. 229.- (1977) je m² bezahlt wurde.

Weil die nach Zonen erfassten Grundstückpreise nicht direkt in unser monozentrisches Stadtbild übertragen werden dürfen, lässt sich aus diesen Zahlen nicht unmittelbar eine Bestätigung unserer Modelllösung ableiten. Es kann allerdings festgestellt werden, dass die Zoneneinteilung der Stadt nicht unabhängig ist von der Entfernung zum Zentrum und somit die Bodenpreisfunktion für den Modellfall nicht allzu weit von den beobachtbaren Bodenpreisen entfernt sein dürfte.

1) Grundeigentumswechsel und Grundstückpreise in der Stadt Zürich 1970/1977, in: Zürcher Statistische Nachrichten, Heft 2/1979, S. 91 ff.

Ebenso bemerkenswert ist die Gegenüberstellung von Arbeitsplatzdichte und durchschnittlichen Grundstückspreisen nach Stadtquartieren berechnet (siehe Tabelle A4.1). Hier wurde für diese beiden Grössen eine Korrelation von +0.968 errechnet (für bebaute Grundstücke). Auch diese Beobachtung steht im Einklang mit der in Abschnitt 5.2.3 festgehaltenen Modelleigenschaften bezüglich der Faktorsubstitution zwischen Land und 'housing', die letztlich durch den Bodenpreis resp. durch dessen Veränderung mit der Entfernung zum Zentrum verursacht ist. Zwischen Bodenpreis und dem Anteil des Faktors Arbeit in der Konsumgutherstellung kann auch im Modell der positive Zusammenhang festgestellt werden.

Tabelle 5.1¹⁾

Stadtquartiere mit den fünf höchsten und fünf niedrigsten Grundstückspreisen und Arbeitsplatzdichten

Stadtquartiere	Durchschnittspreis je m ² bebauter Grundstückfläche 1970/1977		Durchschnittspreis je m ² unbebauter Grundstückfläche 1970/1977		Arbeitsplatzdichte 1975 ¹	
	Franken	Rangfolge	Franken	Rangfolge	Kennziffer	Rangfolge
Lindenhof	14 494	1.	15 225	1.	560	1.
City	13 866	2.	9 935	2.	560	2.
Hochschulen	6 015	3.	1 327	9.	207	5.
Rathaus	5 615	4.	7 656	3.	303	4.
Werd	4 778	5.	1 014	11.	311	3.
Saatlen	701	30.	368	23.	11	29.
Höngg	692	31.	216	26.	8	30.
Friesenberg	567	32.	187	28.	15	28.
Affoltern	536	33.	141	33.	8	31.
Leimbach	524	34.	182	29.	3	34.
Ganze Stadt	1 545		323		80	

¹ Beschäftigte Personen gemäss Betriebszählung 1975 je ha Landfläche ohne Wald

Literaturverzeichnis

- Alonso, W., 1964, Location and Land Use, Cambridge Massachusetts: Harward University Press.
- Anas, A., and Dendrinis, D.S., 1975, The New Urban Economics: A Brief Survey, in: Papageorgiou, G.J. (ed.), Mathematical Land Use Theory, London: Lexington Books, S. 23-51.
- Borts, G.H. and Stein, J.L., 1964, Economic Growth in a Free Market, New York: Columbia University Press.
- Bowles, S., 1970, Migration as Investment: Empirical Tests of The Human Capital Approach To The Study of Geografic Mobility, The Review of Economics and Statistics, Vol. LII, S. 356-362.
- Chenery, H.B., 1959, The Interdependence of Investment Decisions, in: Arrow, K.J. and Scitovsky, T. (ed.), 1969, Readings in Welfare Economics, London, George Allen and Unwin, S. 336-371.
- Clapp, J.M., 1979, The Substitution of Urban Land For Other Inputs, Journal of Urban Economics, Vol. 6, S. 122-134.
- Courant, P.N., 1976, On the Effect of Fiscal Zoning on Land and Housing Values, Journal of Urban Economics, Vol. 3, S. 88-94.
- Dixit, A., 1973, The Optimum Factory Town, Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, S. 637-651.
- Fountain, R., 1977, Residential Land Use Density and The Housing Production Function, Ph.D. Dissertation, Graduate School of Management, University of California, Los Angeles.
- Fürst, D., 1977, Die Problemfelder der Stadt: Versuch einer systematischen Einordnung, in: Fürst, D. (Hrsg.), Stadtökonomie, Wirtschaftswissenschaftliches Seminar, Stuttgart: G. Fischer Verlag.
- Ingram, G.K., Kain, J.F., Ginn, J.R., 1972, The Detroit Prototype of the NBER Urban Simulation Model, New York: Columbia University Press.
- Kau, J.B., and Lee, C.F., 1976, Capital-Land Substitution and Urban Land Use, Journal of Regional Science, Vol. 16, S. 83-92.
- Kau, J.B., Lee, C.F., and Sirmans, C.F., 1977, A VES Production Function and Urban Land Use: A Theoretical and Empirical Investigation, Faculty Working Papers, University of Illinois at Urbana-Champaign, No. 358.
- Koenker, J.B., 1972, An Empirical Note on The Elasticity of Substitution Between Land and Capital in a Monocentric Housing Market, Journal of Regional Science, Vol. 12, S. 299-305.

- Muth, R.F., 1969, *Cities and Housing*, Chicago: University of Chicago Press.
- Muth, R.F., 1971a, The Derived Demand for Urban Residential Land, *Urban Studies*, Vol. 8, S. 243-254.
- Muth, R.F., 1971b, Migration: Chicken Or Egg?, *The Southern Economic Journal*, Vol. 38, S. 295-306.
- Muth, R.F., 1975, The Numerical Solution of Urban Residential Land Use Models, *Journal of Urban Economics*, Vol. 2, S. 307-332.
- Muth, R.F. 1976, A Vintage Model With Housing Production, in: Papageorgiou, G.J. (ed.), *Mathematical Land Use Theory*, London: Lexington Books, S. 245-260.
- Mills, E.S., 1967, An Aggregative Model of Resource Allocation in a Metropolitan Area, *American Economic Review*, Vol. 57, S. 197-210.
- Mills, E.S., 1972, *Studies in the Structure of the Urban Economy*, Published for Resources for the Future, Baltimore and London, The Johns Hopkins Press.
- Mills, E.S. and MacKinnon, J., 1973, Notes on The New Urban Economics, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, S. 593-601.
- Mills, E.S. and De Ferranti, D.M., 1971, Market Choices and Optimum City Size, *American Economic Review*, Papers and Proceedings, Vol. 61, S. 340-345.
- Olsen, E.O., 1969, A Competitive Theory of the Housing Market, *The American Economic Review*, Vol. 59, S. 612-621.
- Papageorgiou, G.J., 1979, Agglomeration, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 9, 41-59.
- Revankar, N.S., 1971, A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Function, *Econometrica*, Vol. 39, S. 60-71.
- Richardson, H.W., 1977, *The New Urban Economics: and Alternatives*, London: Pion Limited.
- Rosen, H.S., 1978, Estimating Inter-City Differences in the Price of Housing Services, *Urban Studies*, Vol. 15, S. 351-355.
- Rubinfeld, D.L., 1978, Suburban Employment And Zoning: A General Equilibrium Analysis, *Journal of Regional Science*, Vol. 18, S. 33-44.
- Schaefer, G.P., 1977, The Urban Hierarchy and Urban Area Production Function: A Synthesis, *Urban Studies*, Vol. 14, S. 315-326.

- Schwaar, E., 1975, Demographische Entwicklung in der Agglomeration Zürich von 1950-1974, in: Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, Heft 4, S. 523-531.
- Shefer, D., 1973, Localization Economies in SMSA's: A Production Function Analysis, Journal of Regional Science, Vol. 13, S. 55-64.
- Sjaastad, L., 1962, The Costs and Returns of Human Migration, Journal of Political Economy, Oct. 1962, S. 80-93.
- Smith, B.A., 1976, The Supply of Urban Housing, Quarterly Journal of Economics, Vol. XC, S. 389-406.
- Schneider, H., 1973, Mikroökonomie, München: Verlag Franz Vahlen.
- Solow, R.M., 1973, On Equilibrium Models of Urban Location, in: Parkin, J.M. (ed.), Essays in Modern Economics, London: Longmans.
- Solow, R.M. and Vickrey, W.S., 1971, Land Use in a Long Narrow City, Journal of Economic Theory, Vol. 3, S. 430-447.
- Stull, W.J., 1973, A Note on Residential Bid Price Curves, Journal of Regional Science, Vol. 13, S. 107-113.
- Wheaton, W.C., 1974, A Comparative Static Analysis of Urban Spatial Structure, Journal of Economic Theory, Vol. 9, S. 223-237.
- Yezer, A.M.J. and Thurston, L., 1975/76, Migration Patterns And Income Change: Implications For The Human Capital Approach To Migration, Southern Economic Journal, Vol. 42, S. 693-702.

Quellenwerk

- Zürcher Statistische Nachrichten, 1979, Grundeigentumswechsel und Grundstückpreise in der Stadt Zürich 1970/77, Heft 2, S. 91 ff.
- Die Volkswirtschaft 1972, Eidg. Volkswirtschaftsdepartement, Städte und Agglomerationen 1970, S. 211-219.

LEBENS LAUF

Ich wurde im Oktober 1950 in Zürich geboren. Aufgewachsen bin ich in Küsnacht (ZH) und besuchte nach der Sekundarschule die Mittelschule in Zürich. Nach dem Abschluss der Maturitätsprüfung (Typus C) im Herbst 1970 immatrikulierte ich mich an der Rechts- und staatswissenschaftlichen Fakultät der Universität Zürich. Das Studium schloss ich im Februar 1975 im Fach Volkswirtschaftslehre ab. Im Dezember des selben Jahres bin ich am Institut für Empirische Wirtschaftsforschung der Universität Zürich als Assistent zuerst von Frau Prof. H. Schelbert, später von Herrn Prof. H. Garbers, eingetreten. Zu Beginn dieser Assistenzzeit war ich als Proseminarleiter, ab 1977 hauptsächlich in der EDV Abteilung des Instituts tätig.

Zürich, November 1981

H.P. Nägeli

